

# OSNOVE DIGITALNE ELEKTRONIKE

KODOVI ZA  
OTKRIVANJE  
POGREŠAKA

# Kodovi za otkrivanje pogrešaka-s paritetnim bitom

- paritetni bit
- svakoj kodnoj riječi dodaje se paritetni bit tako da je broj jedinica paran ili neparan
- npr. kodna riječ    parni paritet    neparni  
          100 0001    0100 0001    1100 0001

# Niz dekadskih znamenki: 4,1,2,7,5 napisati u kodu eksces 3, te zatim cijeli blok zaštititi uzdužnim i poprečnim parnim paritetom

- 4 0111
- 1 0100
- 2 0101
- 7 1010
- 5 1000
- <poprečni parni paritet << uzdužni parni paritet
- 0111 1 0111
- 0100 1 0100
- 0101 0 0101
- 1010 0 1010
- 1000 1 1000
- 0100

# Metodom a) neparnog b) parnog pariteta osigurati pravilan prijenos podataka:

• a)

- \_1100101
- \_1000010
- \_0101111

b)

- \_0111000
- \_1000111
- \_010110

# Napisati tablicu koda eksces 3 zaštićenog neparnim paritetom

| P | $k_3$ | $k_2$ | $k_1$ | $k_0$ |
|---|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 0 | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 1 | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 1 | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 0 | 0     | 1     | 1     | 1     |
| 0 | 1     | 0     | 0     | 0     |
| 1 | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 1 | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 0 | 1     | 0     | 1     | 1     |
| 1 | 1     | 1     | 0     | 0     |

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
|   | 0 | 0 | 0 | 0 |
|   | 0 | 0 | 0 | 1 |
|   | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 1 | 0 | 0 |
|   | 1 | 1 | 0 | 1 |
|   | 1 | 1 | 1 | 0 |
|   | 1 | 1 | 1 | 1 |

# Hammingov kod –kod za otkrivanje jednostruke pogreške i mjesta pogreške

- Richard Hamming oko 1940. god. definirao kod
- -sastoji se od znakovnih bitova podatka ( $k_0, k_1, k_2, \dots$  ili oznake  $i_0, i_1, \dots$ ) i ispitnih bitova ( $p_1, p_2, \dots$ ) koji se nalaze na mjestima koje predstavljaju težinska mjesta  $2^0, 2^1, 2^2, \dots$

# Hammingov kod-Konstruirati Hammingov kod na osnovi koda eksces 3

|  | $k_3$ | $k_2$ | $k_1$ | $k_0$ |
|--|-------|-------|-------|-------|
|  | 0     | 0     | 1     | 1     |
|  | 0     | 1     | 0     | 0     |
|  | 0     | 1     | 0     | 1     |
|  | 0     | 1     | 1     | 0     |
|  | 0     | 1     | 1     | 1     |
|  | 1     | 0     | 0     | 0     |
|  | 1     | 0     | 0     | 1     |
|  | 1     | 0     | 1     | 0     |
|  | 1     | 0     | 1     | 1     |
|  | 1     | 1     | 0     | 0     |

| $p_1$ | $p_2$ | $i_3$<br>$k_0$ | $p_4$ | $i_5$ $k_1$ | $i_6$<br>$k_2$ | $i_7$<br>$k_3$ |
|-------|-------|----------------|-------|-------------|----------------|----------------|
|       |       | 1              |       | 1           | 0              | 0              |
|       |       | 0              |       | 0           | 1              | 0              |
|       |       | 1              |       | 0           | 1              | 0              |
|       |       | 0              |       | 1           | 1              | 0              |
|       |       | 1              |       | 1           | 1              | 0              |
|       |       | 0              |       | 0           | 0              | 1              |
|       |       | 1              |       | 0           | 0              | 1              |
|       |       | 0              |       | 1           | 0              | 1              |
|       |       | 1              |       | 1           | 0              | 1              |
|       |       | 0              |       | 0           | 1              | 1              |

# Hammingov kod na osnovi koda eksces 3

| $P_1$ | $P_2$ | $i_3$ | $P_4$ | $i_5$ | $i_6$ | $i_7$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0     | 1     | 1     | 1     | 1     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 1     | 0     | 1     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 1     | 1     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 1     | 1     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     |

- Vrijednost paritetnih bitova za svaku kodnu riječ
- $P_1 \quad i_3 \oplus i_5 \oplus i_7 = 0$
- $P_2 \quad i_3 \oplus i_6 \oplus i_7 = 0$
- $P_4 \quad i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 = 0$



# Ispitna tablica

| <b>p1</b> | <b>p2</b> | i1 | <b>p3</b> | i2 | i3 | i4 | <b>p4</b> | i5 | i6 | i7 |
|-----------|-----------|----|-----------|----|----|----|-----------|----|----|----|
| 0         | 0         | 0  | 0         | 0  | 0  | 0  | 1         | 1  | 1  | 1  |
| 0         | 0         | 0  | 1         | 1  | 1  | 1  | 0         | 0  | 0  | 0  |
| 0         | 1         | 1  | 0         | 0  | 1  | 1  | 0         | 0  | 1  | 1  |
| 1         | 0         | 1  | 0         | 1  | 0  | 1  | 0         | 1  | 0  | 1  |

# Poruku 1001 zaštitite Hammingovim kodom

moramo izračunati bitove provjere

| p1 | p2 | i3 | p4 | i5 | i6 | i7 |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    |    |    |    |    |
|    |    |    |    |    |    |    |
|    |    |    |    |    |    |    |
|    |    |    |    |    |    |    |
|    |    |    |    |    |    |    |
| 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  |

# Binarni broj od 11 bitova potreban za prijenos: 011 0110 1001 u sustavu koji koristi paran (even) paritet zapisati u Hammingovom kodu

Paziti da se prvi položaj u ovome binarnome broju smatra "d1", iako je to najznačajniji bit broja. Ovaj broj može se smjestiti na položaje

|         |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| Položaj | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14  | 15  | 16  |
| namjena | P1 | P2 | d1 | P4 | d2 | d3 | d4 | P8 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9 | d10 | d11 | P16 |
|         |    |    | 0  |    | 1  | 1  | 0  |    | 1  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0   |     | 1   |

Bit broj jedan, "P1", služi za generiranje parnoga pariteta podatkovnih bitova na mjestima 3, 5, 7, 9, 11, 13 i 15

|         |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| Položaj | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14  | 15  | 16  |
| namjena | P1 | P2 | d1 | P4 | d2 | d3 | d4 | P8 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9 | d10 | d11 | P16 |
|         | P1 |    | X  |    | X  |    | X  |    | X  |    | X  |    | X  |     | X   |     |
| P 1     | 1  |    | 0  |    | 1  |    | 0  |    | 1  |    | 0  |    | 0  |     | 1   |     |

**Bit broj dva, "P2", služi za generiranje parnoga pariteta za podatkovne bitove na položajima 3, 6, 7, 10, 11, 14 i 15**

| Položaj   | 1  | 2        | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14  | 15  | 16  |
|-----------|----|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| namjena   | P1 | P2       | d1 | P4 | d2 | d3 | d4 | P8 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9 | d10 | d11 | P16 |
| P2        |    | X        | X  |    |    | X  | X  |    |    | X  | X  |    |    | X   | X   |     |
| <b>P2</b> |    | <b>1</b> | 0  |    |    | 1  | 0  |    |    | 1  | 0  |    |    | 0   | 1   |     |

**Bit broj četiri, "P4", oblikuje se za generiranje parnoga pariteta podatkovnih bitova na položajima 5, 6, 7, 12, 13, 14 i 15**

| Položaj   | 1  | 2  | 3  | 4        | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14  | 15  | 16  |
|-----------|----|----|----|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| namjena   | P1 | P2 | d1 | P4       | d2 | d3 | d4 | P8 | d5 | d6 | d7 | d8 | d9 | d10 | d11 | P16 |
| P4        |    |    |    | X        | X  | X  | X  |    |    |    |    | X  | X  | X   | X   |     |
| <b>P4</b> |    |    |    | <b>0</b> | 1  | 1  | 0  |    |    |    |    | 1  | 0  | 0   | 1   |     |

## Bit broj osam, "P8", oblikovan za generiranje parnoga pariteta za podatkovne bitove na položajima 9, 10, 11, 12, 13, 14 i 15

|            |    |    |    |    |    |    |    |          |          |          |          |          |          |          |          |     |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----|
| Položaj    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8        | 9        | 10       | 11       | 12       | 13       | 14       | 15       | 16  |
| namjena    | P1 | P2 | d1 | P4 | d2 | d3 | d4 | P8       | d5       | d6       | d7       | d8       | d9       | d10      | d11      | P16 |
| pokriva P8 |    |    |    |    |    |    |    | X        | X        | X        | X        | X        | X        | X        |          | X   |
| <b>P8</b>  |    |    |    |    |    |    |    | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> |     |

Bit 16, "P16" je bit provjere pariteta za bitove desno od njega. Budući da je on posljednji bit u skupu od 16 bitova, onda bi trebao biti 0.

Konačna riječ od 16 bitova, uključujući Hammingove kodove, a koja nastaje iz informacijske riječi **[01101101001]**, je:

**1100 1100 1101 0010**

# Pronalaženje pogrešaka pomoću Hammingovog koda

- Na ulazu digitalnog sustava primljena je binarna riječ **010011110010** zapisana u Hammingovu kodu. Riječ ima 4 ispitna bita, a primijenjen je parni paritet. Najmanje važan bit zapisan je lijevo. Ispitajte je li primljena riječ ispravna, a ako nije, pronađite i ispravite pogrešku

# Rješenje

| $P_1$    | $P_2$    | $I_3$    | $P_4$    | $I_5$    | $I_6$    | $I_7$    | $P_8$    | $I_9$    | $I_{10}$ | $I_{11}$ | $I_{12}$ |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>1</b> | <b>0</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>0</b> |

- $C_1 = p_1 \oplus i_3 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 1$
- $C_2 = p_2 \oplus i_3 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0$
- $C_3 = p_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{12} = 1$
- $C_4 = p_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} \oplus i_{12} = 0$
- $(0101)_2 = 5$  greška je u petom bitu
- Točna kodirana riječ: **010001110010**
- Točna poruka: **00110010**

Hammingovim kodom prenesena je informacija 1000110. Provjeriti ispravnost prenesene informacije.

| p1 | p2 | i3 | p4 | i5 | i6 | i7 |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    | y  |    |    |    |
|    | x  |    |    |    |    |    |
| y  |    |    |    |    |    |    |
| 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  |

Pogreška na drugom bitu  
točna poruka je 1100110, a točna informacija je 0110



Odrediti mjesto pogrešnog bita u informaciji 1111001 prenesenoj u Hammingovom kodu , te definirajte točnu poruku.

| p1 | p2 | i3 | p4 | i5 | i6 | i7 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  |

$p1, i3, i5, i7 = 1$

$p2, i3, i6, i7 = 1$

$p4, i5, i6, i7 = 0$

$011(2) = 3(10)$  greška na trećem bitu

točna informacija 1101001-----0001-poruka

Hammingovim kodom kodiran je broj koristeći XS-3 kod. Prenesena je sekvenca 1011001. Provjerite točnost prijensa i otkrite o kojem broju se radi.

- došlo je do greške na 1. bitu - točna sekvenca je: 0011001
- poruka je: 1001 (to je 9)
- $9-3=6$
- radi se o broju 6

| p1 | p2 | i3 | p4 | i5 | i6 | i7 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  |

# Zadaci za vježbu

- 1. Niz dekadskih znamenki: 0,3,6,9 napisati u kodu eksces 3, te zatim cijeli blok zaštititi uzdužnim i poprečnim parnim paritetom.
- 2. Niz dekadskih brojeva: 25;84;47 napisati u kodu 2421, te zatim cijeli blok zaštititi uzdužnim i poprečnim neparnim paritetom.
- 3. Informacije a) 1101010 b) 1100100 zaštititi Hammingovim kodom (odrediti bitove provjere).
- 4. Za zadanu informaciju **101010110010** zaštićenu Hammingovim kodom provjeriti točnost prijenosa i ukoliko postoji pogreška pronaći je, te je ispraviti i napisati točnu informaciju.
-