

Matematička analiza

Ishod 3

Tablica osnovnih integrala

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + c$$

Pravila Integriranja

1.
$$\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$$

2.
$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

Neodređeni integral

9.1. Odredite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int x^9 dx$

b) $\int x dx$

c) $\int e^2 dx$

d) $\int \sqrt{x} dx$

e) $\int \sqrt[4]{x^3} dx$

f) $\int \frac{1}{x^3} dx$

g) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

h) $\int x\sqrt{x} dx$

i) $\int \sqrt[3]{\sqrt{x^5}} dx$

Neodređeni integral

9.2. Odredite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int 10x^4 dx$

e) $\int \left(\frac{7}{5}x^6 - \frac{2}{x} + \frac{1}{\cos^2 \pi} \right) dx$

b) $\int \sqrt{3} dx$

f) $\int 2^x (3^x + 5^x) dx$

c) $\int (x^2 + x) dx$

g) $\int (2 + 3^x)^2 dx$

d) $\int \left(\frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} \right) dx$

h) $\int \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx$

Neodređeni integral

9.3. Odredite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x} dx$

d) $\int \frac{4^x + x^2 2^x - 1}{2^x} dx$

b) $\int \frac{10^x - 5^x + 1}{2^x} dx$

e) $\int \frac{\sin^3 x + \cos^2 x}{\sin^2 x} dx$

c) $\int \frac{x e^x - 2x + 3}{4x} dx$

f) $\int \frac{3e^{2x} - 2e^x + 1}{e^x} dx$

Tablica osnovnih integrala

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + c$$

Metoda supstitucije

$$\int f(g(x)) g'(x) dx = \left| \begin{array}{l} g(x) = t \\ g'(x) dx = dt \end{array} \right| = \int f(t) dt$$

Metoda supstitucije

10.1. Odredite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int \sqrt{3+x} dx$

d) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^3}} dx$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{(2-3x)^2}} dx$

e) $\int \frac{2x+1}{x^2+x-3} dx$

c) $\int \frac{x dx}{1+x^2}$

f) $\int 3x e^{x^2-1} dx$

Metoda supstitucije

10.2. Odredite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int \frac{\ln x}{x} dx$

d) $\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$

b) $\int \frac{dx}{x \ln^2 x} dx$

e) $\int \frac{e^{2x}}{1 - 3e^{2x}} dx$

c) $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$

f) $\int e^x \sqrt{2 - e^x} dx$

Metoda supstitucije

10.3. Odredite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int 4 \sin 3x \, dx$

d) $\int \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} \, dx$

b) $\int \cos x \sin^2 x \, dx$

e) $\int \operatorname{ctg} x \, dx$

c) $\int \frac{\cos x}{\sin^4 x} \, dx$

f) $\int \frac{\sin(\ln x)}{x \cos^3(\ln x)} \, dx$

Tablica osnovnih integrala

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + c$$

Metoda parcijalne integracije

$$\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du$$

Metoda parcijalne integracije

11.1. Odredite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int x \sin x \, dx$

c) $\int x e^{2x} \, dx$

b) $\int x^2 \cos x \, dx$

d) $\int \frac{x}{e^x} \, dx$

Metoda parcijalne integracije

11.2. Odredite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int 4x \ln x \, dx$

c) $\int \ln^2 x \, dx$

b) $\int \ln x \, dx$

d) $\int \frac{\ln x}{x^2} \, dx$

Metoda parcijalne integracije

11.3. Metodom parcijalne integracije riješite slijedeće neodređene integrale:

a) $\int e^x \sin x \, dx$

c) $\int \cos(\ln x) \, dx$

b) $\int \sin 2x \cos 3x \, dx$

d) $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$

Newton-Leibnizova formula

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$F(x)$ je primitivna funkcija funkcije $f(x)$, tj:

$$F'(x) = f(x), \quad \int f(x) dx = F(x).$$

Određeni integral

12.1. Izračunajte slijedeće integrale:

a) $\int_0^1 (3x^2 - 4x + 2) dx$

c) $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x} dx$

b) $\int_0^2 x(3x + 2) dx$

d) $\int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$

Određeni integral

12.2. Izračunajte slijedeće integrale:

a)
$$\int_2^3 \frac{3x^2}{x^3 - 1} dx$$

c)
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

b)
$$\int_0^6 (x - 3)e^{x^2 - 6x} dx$$

d)
$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$$

Određeni integral

$$\int_a^b u \, dv = (u \cdot v) \Big|_a^b - \int_a^b v \, du$$

12.3. Izračunajte slijedeće integrale:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$

b) $\int_1^2 3x^2 \ln x \, dx$

c) $\int_0^1 x e^{2x} \, dx$

Hvala 😊