



DIGITALNA LOGIKA

Logičke funkcije

Zdravko Kunić
zdravko.kunic@algebra.hr



Logičke funkcije

Ishod 3 Primijeniti aksiome i teoreme Booleove algebre. Minimizirati (pojednostaviti) složenu logičku funkciju primjenom pravila Booleove algebre.

Sadržaj predavanja

- Obrada digitalnih podataka
- Logika sudova
- Logičke funkcije
- Simboli i elektroničke izvedbe elementarnih digitalnih sklopova

Obrada digitalnih podataka

- Podaci:
 - brojevi
 - Znakovi (simboli)
- Obrada brojeva → aritmetičke operacije
- Obrada znakova → zapis, sortiranje, pretraživanje

- Npr. zbrajanje binarnih znamenaka:
 - Ako je $(A = 1 \text{ i } B = 0)$ onda je $(A+B) = 1$

Obrada digitalnih podataka

- Logičko zaključivanje na temelju unaprijed poznatih činjenica
- Logički procesi izraženi su govornim jezikom
 - **ako, i, ili, ne, onda, inače**
- Za obradu podataka koristimo **logičke sklopove**

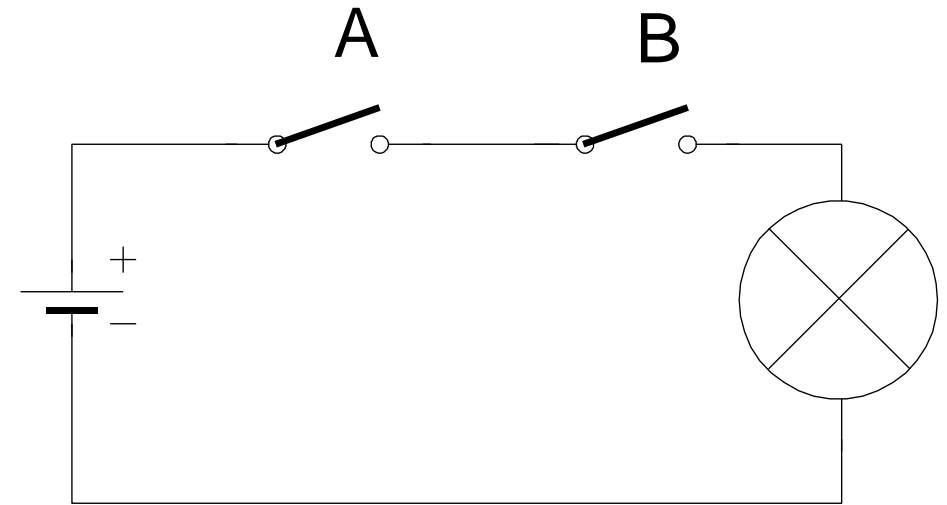
- Teorijska podloga → logika sudova
- Matematička analiza → George **Boole**, 1847.
- Analiza el./meh. sklopova → Claude Elwood **Shannon**, 1938.

Logika sudova

- **Elementarni sud** \rightarrow tvrdnja, afirmativna rečenica
 - npr. “sklopka je uključena”
- Vrijednost suda:
 - **Točan** (istinit) \rightarrow T
 - **Netočan** (neistinit) \rightarrow **L**
- **Elementarni sudovi**
 - oznake: A, B , ... \rightarrow logičke varijable
- **Složeni sud**
 - elementarni sudovi povezani logičkim vezama \rightarrow logička funkcija f

Logička **|** funkcija

- Sklopke A i B imaju samo dva moguća stanja:
 - uključeno/isključeno
- Za svaki od prekidača A i B mogu se formulirati sljedeći sudovi koje je iz praktičnih razloga prikladno označiti jednim slovom:
 - “sklopka A je uključena” = A
 - “sklopka B je uključena” = B
 - “žarulja svijetli” = f



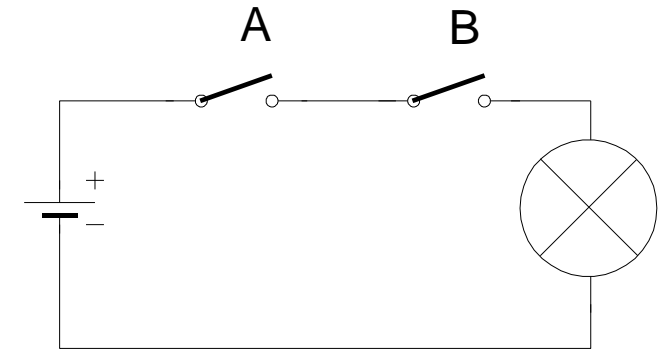
$$A \mid B = f$$

Tablica kombinacija

- Tablica kombinacija logičke funkcije **|**
 - tablica istinitosti, tablica točnosti, engl. *truth table*
- $T \sim 1$, $\perp \sim 0$
 - simbol \sim znači “odgovara”, “pridružuje se”

**Ako je (A = točno) i (B = točno)
onda (f = točno)
inače (f = netočno)**

$$A \mid B = f$$



A	B	f
\perp	\perp	\perp
\perp	T	\perp
T	\perp	\perp
T	T	T

Tablica kombinacija u binarnoj notaciji

- Matematičke notacije I-funkcije (logički produkt, konjunkcija)

$$f = A \wedge B$$

$$= A \& B$$

$$= A \cap B$$

$$= A \cdot B$$

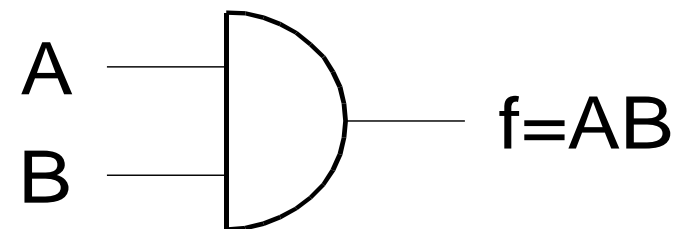
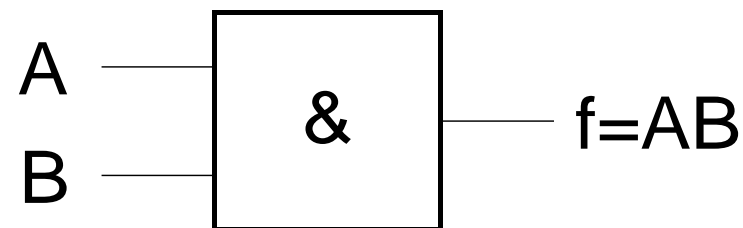
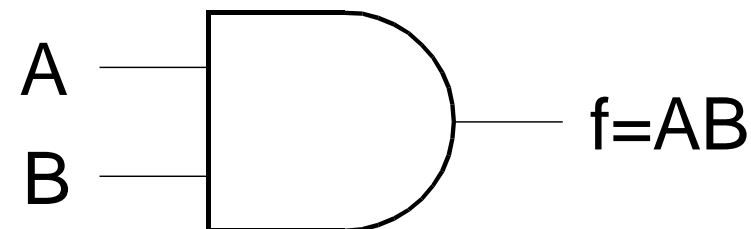
$$= AB$$

A	B	f
⊥	⊥	⊥
⊥	T	⊥
T	⊥	⊥
T	T	T

A	B	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Simboli I-sklopa

- karakteristični simbol, ameriški vojni standard Mil-STD-806B
- mednarodni standard IEC/ISO, DIN 40900 ANSI/IEEE 91-1984
- stari standard DIN

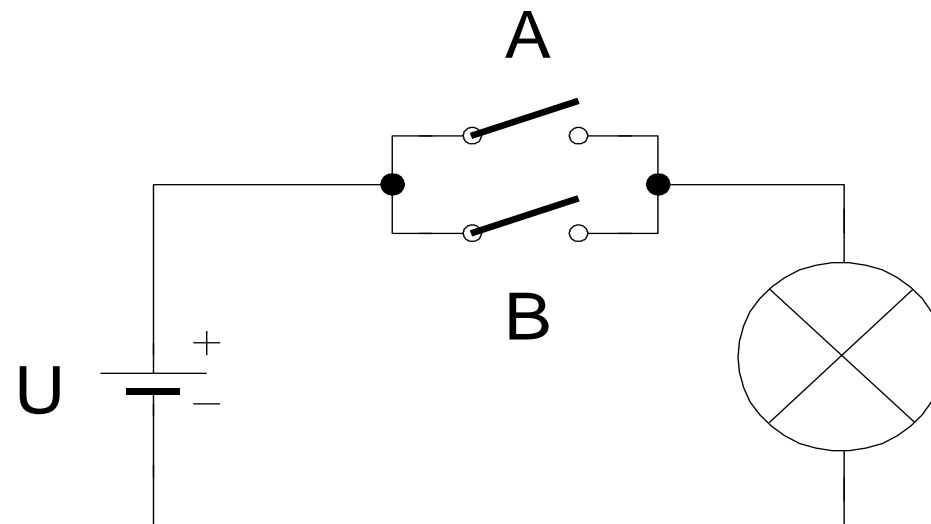


Logička **ILI** funkcija

- Logički sudovi:
 - “sklopka A je uključena” = A
 - “sklopka B je uključena” = B
 - “žarulja svijetli” = f

Ako je ($A = \text{točno}$) **ili** ($B = \text{točno}$)
onda ($f = \text{točno}$)
inače ($f = \text{netočno}$)

$$A \text{ ILI } B = f$$



A	B	f
⊥	⊥	⊥
⊥	T	T
T	⊥	T
T	T	T

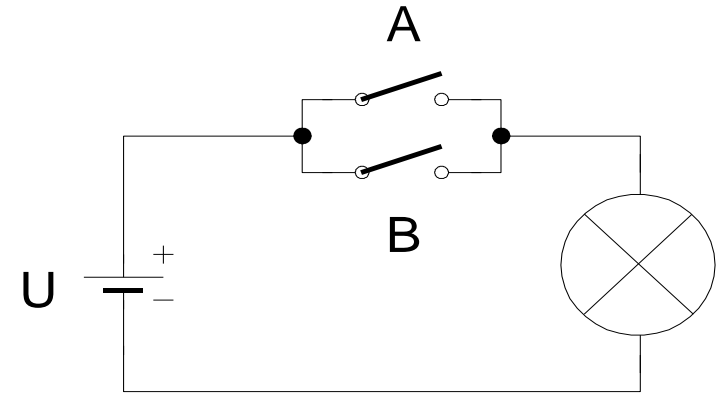
Logička **ILI** funkcija

- Matematičke notacije
ILI-funkcije (disjunkcija)

$$\begin{aligned}f &= A \vee B \\ &= A \cup B \\ &= A + B\end{aligned}$$

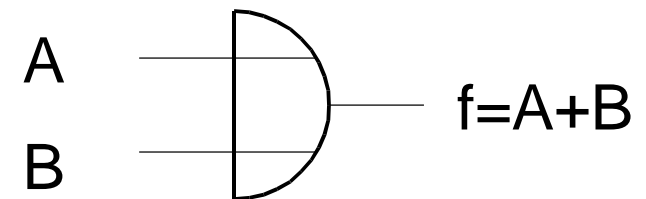
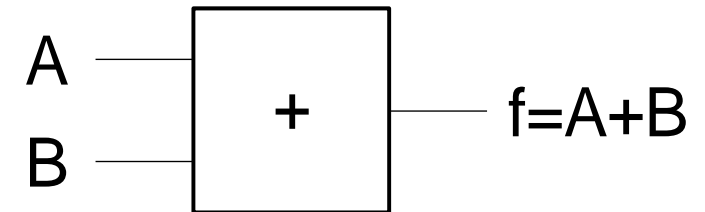
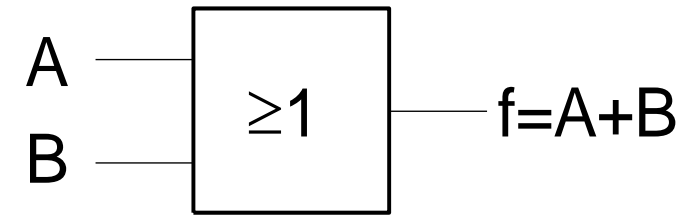
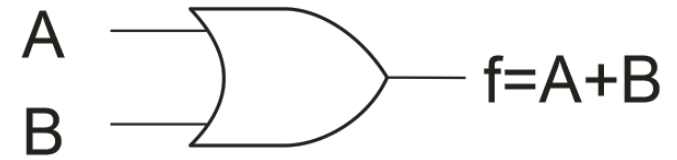
A	B	f
⊥	⊥	⊥
⊥	T	T
T	⊥	T
T	T	T

A	B	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



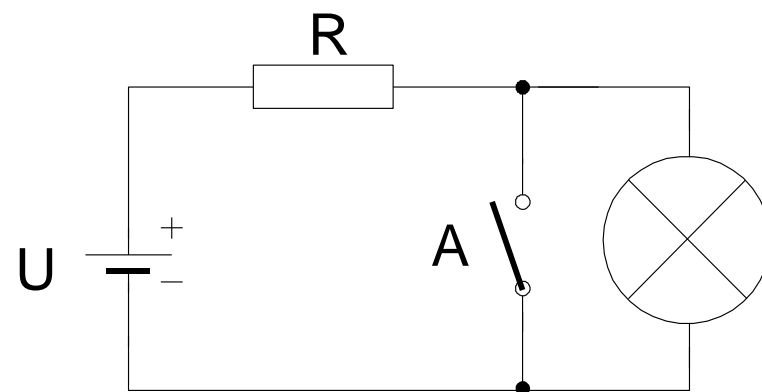
Simboli ILI-sklopa

- karakteristični simbol, američki vojni standard
- međunarodni standard IEC/ISO
 - DIN 40900
 - ANSI/IEEE 91-1984
- stari standard DIN



Logička funkcija **NE**

- komplement, inverzija, logička negacija
- Algoritamski:
 - ako** ($A = \text{točno}$)
 - onda** ($f = \text{netočno}$)
 - inače** ($f = \text{točno}$)



NE “sklopka A je uključena” = “žarulja svijetli”

Logička funkcija **NE**

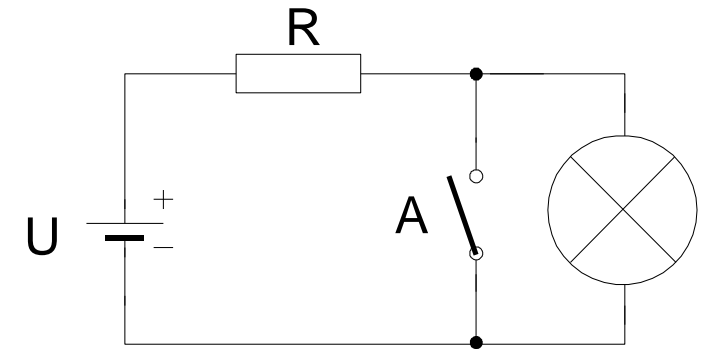
- Matematičke notacije **NE**-funkcije

$$f = NE A$$

$$= \neg A$$

$$= A'$$

$$= \bar{A}$$

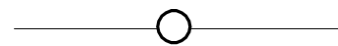


A	f
⊥	T
T	⊥

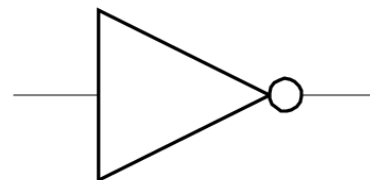
A	f
0	1
1	0

Simboli NE-sklopa

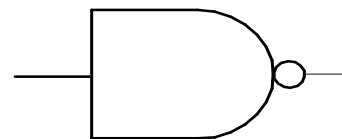
- Opći simbol za negaciju



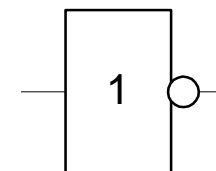
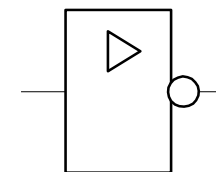
- Karakteristični simbol



- Još jedan karakteristični simbol



- Međunarodni standard IEC/ISO





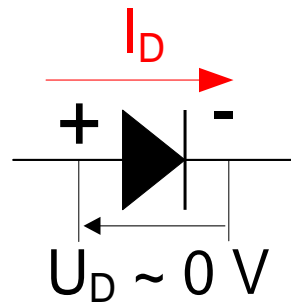
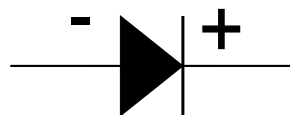
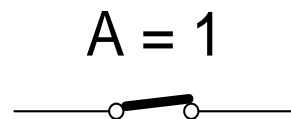
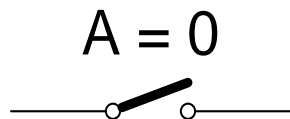
Elektroničke izvedbe
logičkih funkcija

Naponska logika

- Način realiziranja logičkih funkcija u kojem su logičke varijable predstavljene s dvije naponske razine.
- **Električni napon** je fizikalna veličina koja predstavlja razliku električnog potencijala između dvije točke
 - uobičajeno se označava slovom **U**
- Mjerna jedinica za napon je **volt**
 - označava se slovom **V**

Dioda

- Elektronička komponenta koja vodi struju samo u jednom smjeru
 - Radi jednostavnosti ćemo pretpostaviti da su diode idealne, tj. da im je otpor jednak nuli kad vode, a beskonačan kad ne vode
 - Kad dioda vodi struju, pad napona (razlika potencijala između pinova) je jednak nuli, što znači da je naponska razina jednaka s obje strane diode

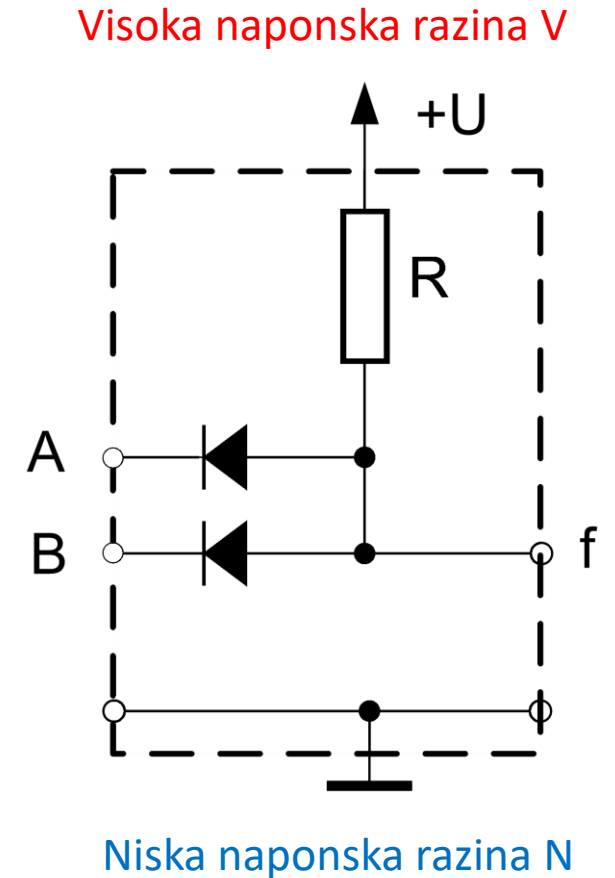


I_D = jakost struje kroz diodu
 U_D – pad napona na diodi

I-sklop – diodna izvedba

Napon na izlazu (f) je posljedica naponskih razina na ulazima (A, B):

- Na ulazu su oba signala na niskoj razini N (0):
 - kroz diode teče struja (diode vode)
 - na izlazu je napon N (0)
- Jedan ulaz N (0), drugi V (1):
 - vodi jedna od dioda
 - na izlazu je napon N (0)
- Oba ulaza na visokoj razini V (1):
 - diode ne vode, na izlazu je napon V (1)

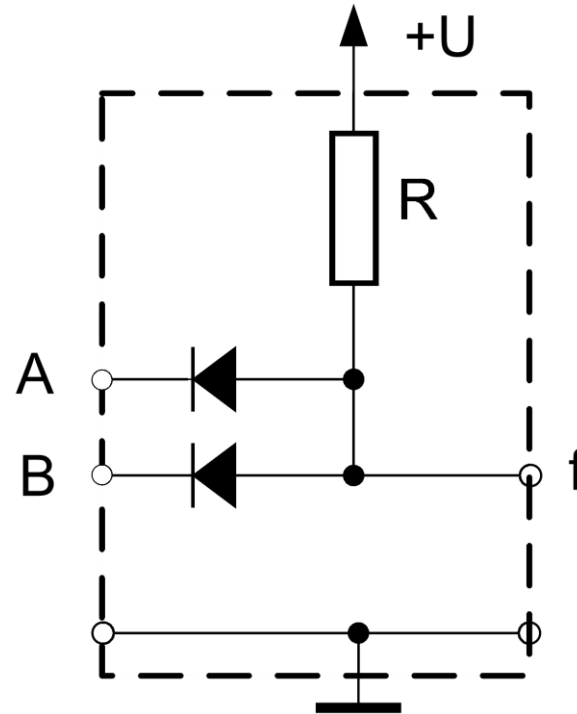


I-sklop – diodna izvedba

Diodna izvedba u naponskoj logici

- $V \sim +U$, $N \sim 0 V$
- Binarna značenja
 - N: **0**, V: **1**

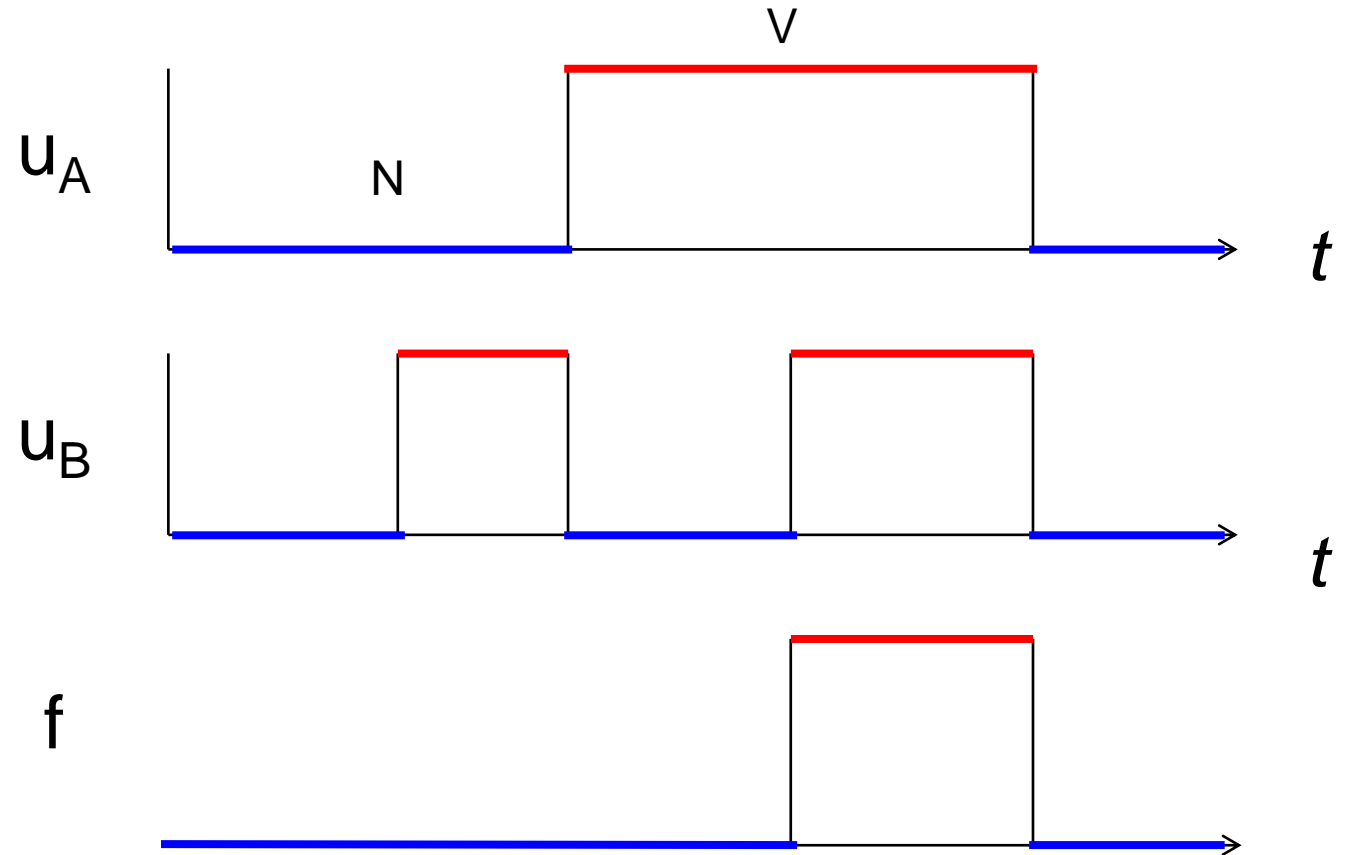
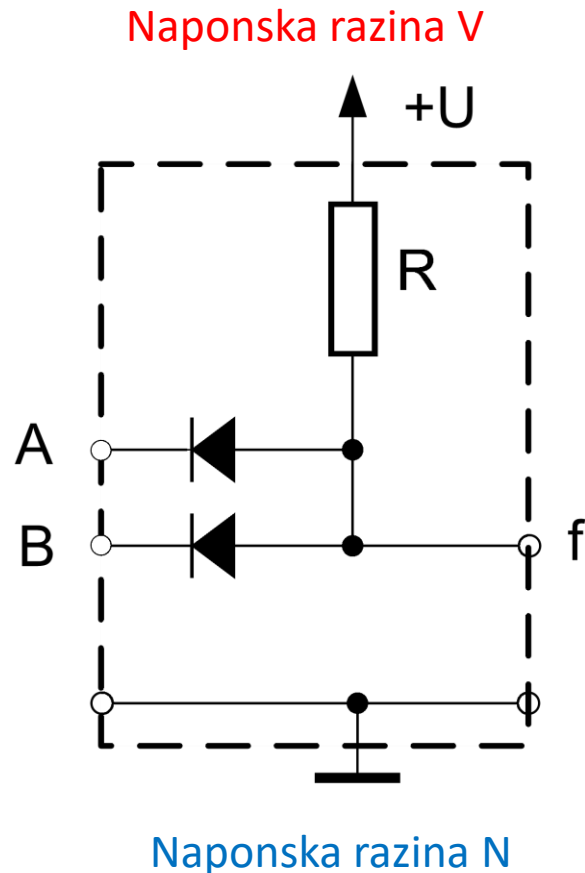
V = Visoka naponska razina
N = Niska naponska razina
 $+U$ = napon napajanja sklopa



A	B	f
N	N	N
N	V	N
V	N	N
V	V	V

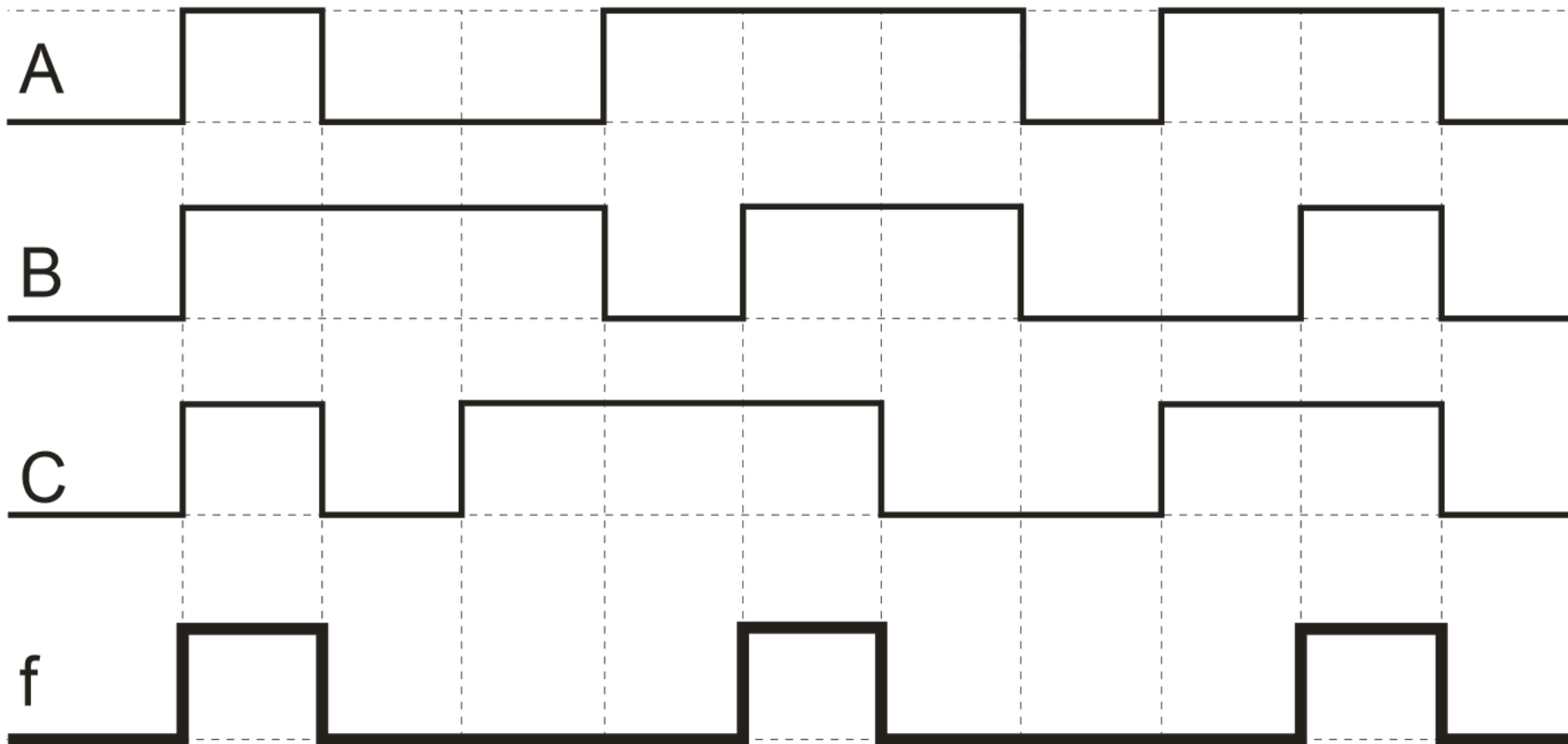
A	B	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

I-sklop – primjer vremenskog dijagrama



u_A = naponska razina na ulazu A, u_B = naponska razina na ulazu B

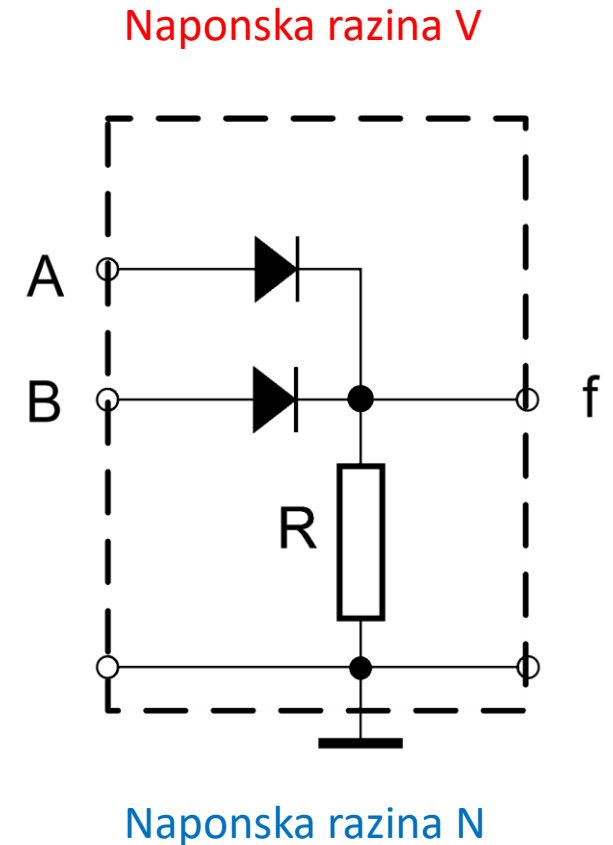
Vremenski dijagram I-sklopa s 3 ulaza



ILI-sklop – diodna izvedba

Napon na izlazu (f) je posljedica naponskih razina na ulazima (A, B):

- Na ulazu su oba signala na niskoj razini N (0):
 - kroz diode ne teče struja (diode ne vode)
 - na izlazu je napon N (0)
- Jedan ulaz N (0), drugi V (1):
 - vodi jedna od dioda
 - na izlazu je napon V (1)
- Oba ulaza na visokoj razini V (1):
 - Obje diode vode, na izlazu je napon V (1)



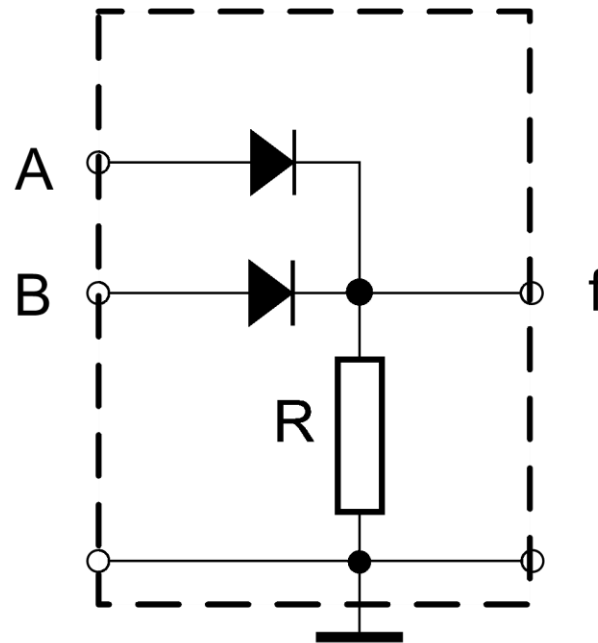
ILI-sklop – diodna izvedba

Diodna izvedba u naponskoj logici

- $V \sim +U$, $N \sim 0 V$
- Binarna značenja
 - N: **0** , V: **1**

V = Visoka naponska razina

N = Niska naponska razina

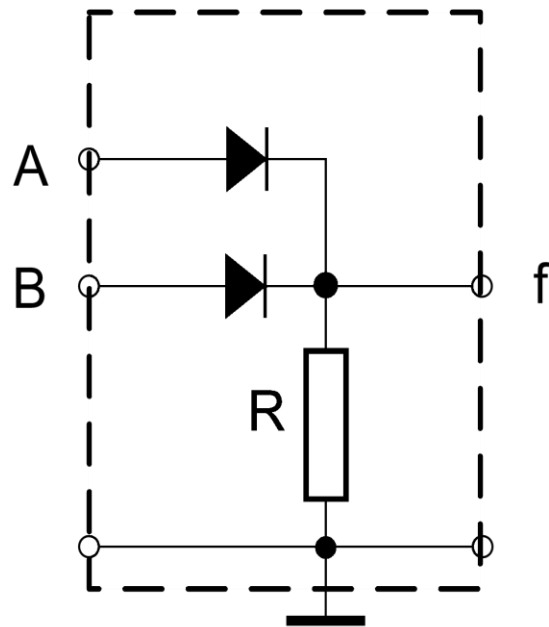


A	B	f
N	N	N
N	V	V
V	N	V
V	V	V

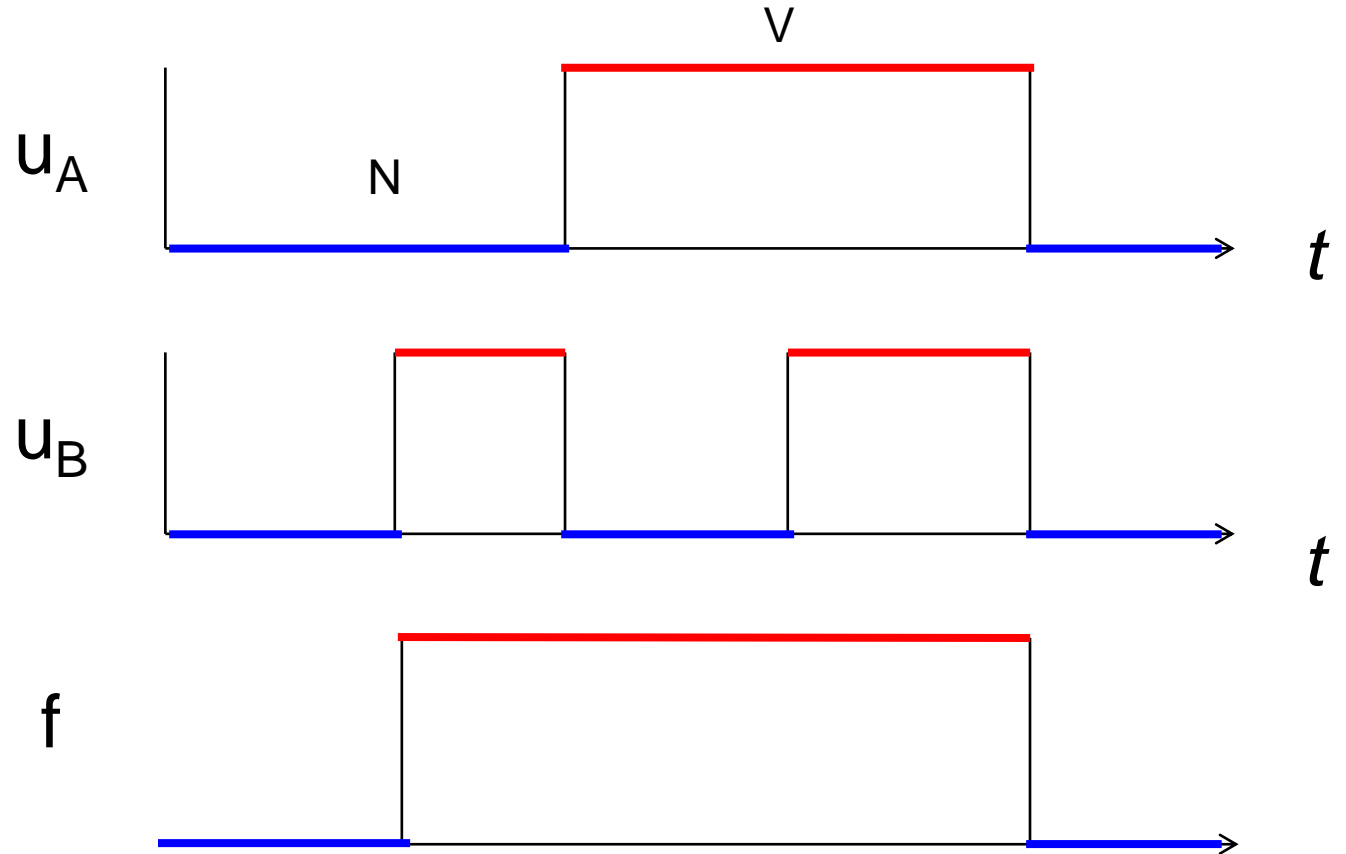
A	B	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ILI-sklop – vremenski dijagram

Naponska razina V

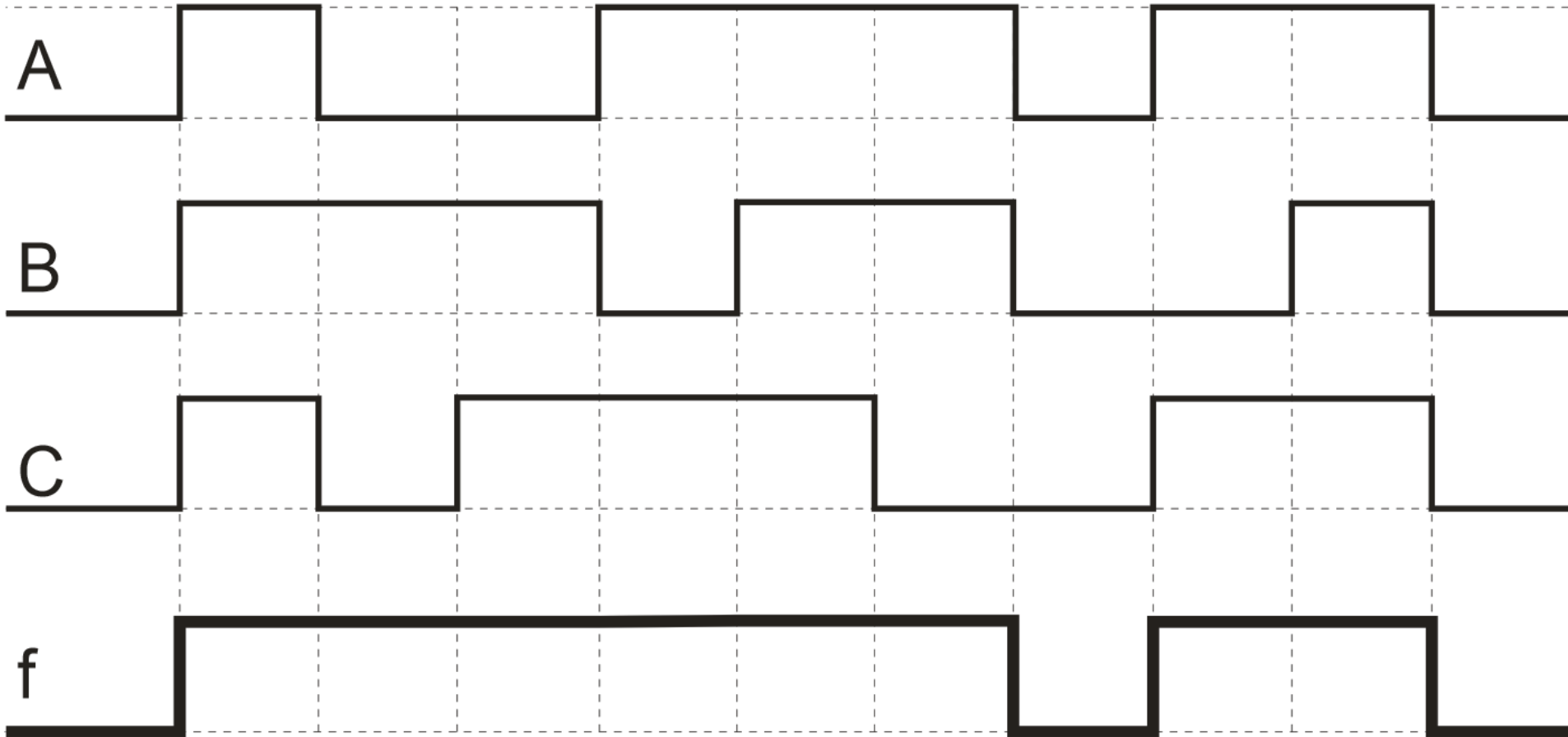


Naponska razina N



u_A = naponska razina na ulazu A, u_B = naponska razina na ulazu B

Vremenski dijagram ILI-sklopa s 3 ulaza



Invertor (NE sklop) – tranzistorska izvedba

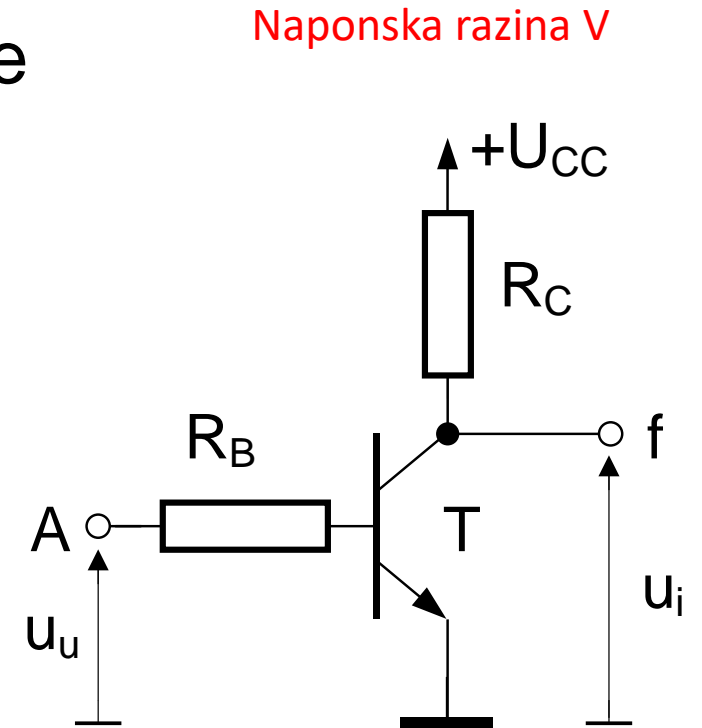
Napon na izlazu (f) je posljedica naponske razine na ulazu (A):

a) Na ulazu je signal na niskoj razini N (0):

- Tranzistor je isključen (ne vodi)
- na izlazu je napon V (1)

b) Na ulazu je signal na visokoj razini V (1):

- Tranzistor je u zasićenju (vodi)
- na izlazu je napon N (0)

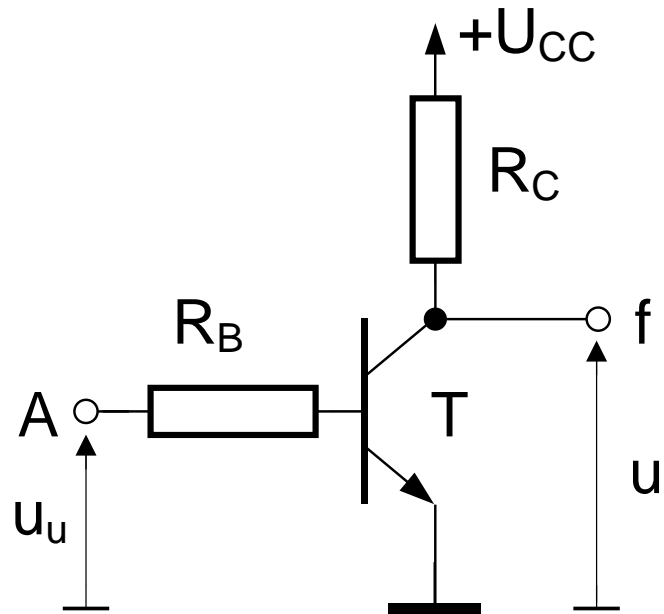


Naponska razina N

Invertor (NE sklop) – tranzistorska izvedba

Tranzistorska izvedba u naponskoj logici

- $V \sim +U_{CC}$, $N \sim 0 V$
- Binarna značenja
 - N: **0**, V: **1**



A	f
N	V
V	N

A	f
0	1
1	0

V = Visoka naponska razina

N = Niska naponska razina

$+U_{CC}$ = napon napajanja sklopa



Digitalni logički sklopovi



Zadatci za vježbu

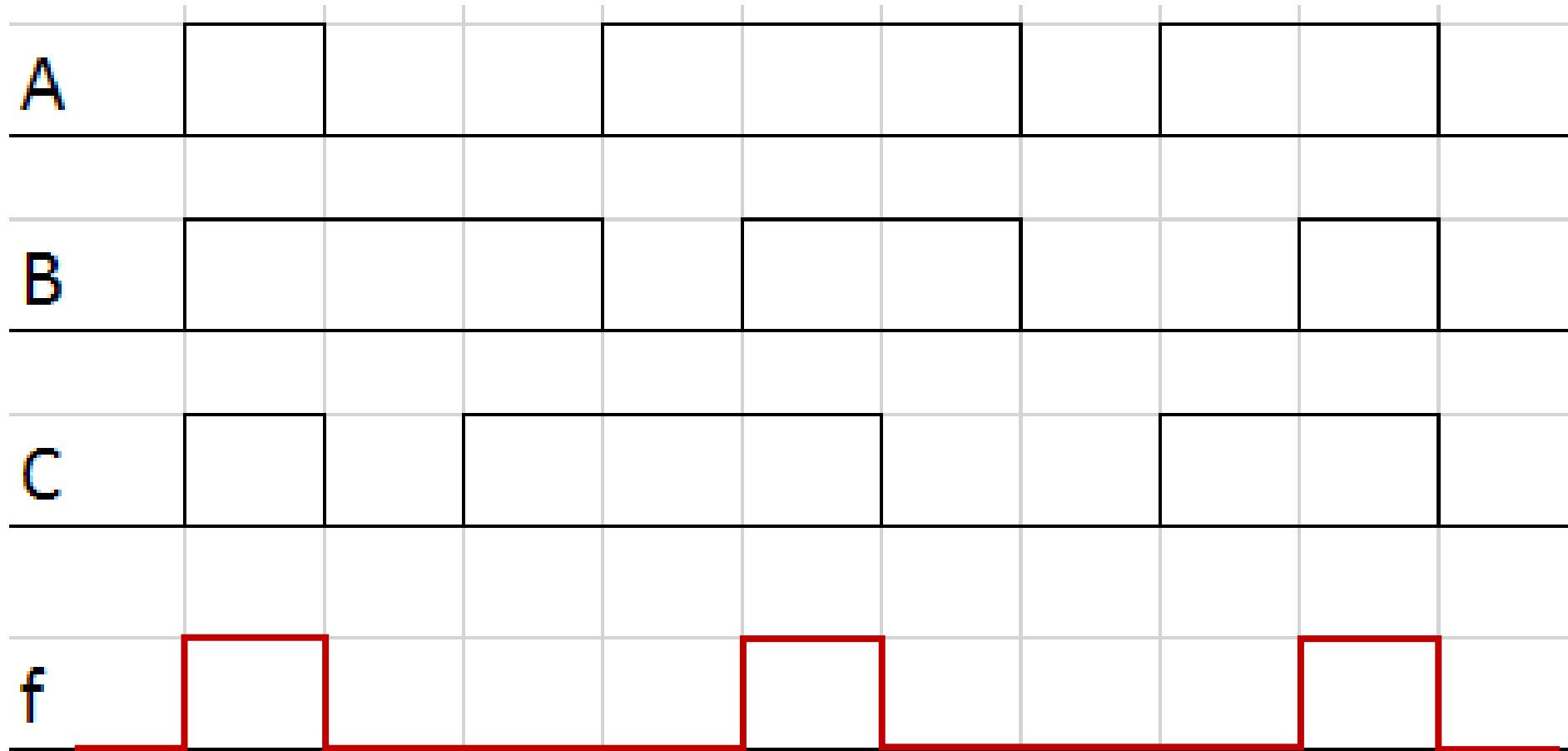
Zadatak

I-sklop $f=?$

A									
B									
C									
f									

Rješenje

I-sklop $f=?$



Zadatak

ILI-sklop $f=?$

A									
B									
C									
f									

Rješenje

ILI-sklop $f=?$

A									
B									
C									
f									

Zadatak

I-sklop $f=?$

A										
B										
C										
D										
f										

Rješenje

I-sklop, $f=?$

A										
B										
C										
D										
f										

The diagram shows a timing diagram for an I-skip circuit. The input f is a square wave with pulses in the 2nd, 3rd, and 9th time slots. The outputs A, B, C, and D are currently empty.

Zadatak

ILI-sklop $f=?$

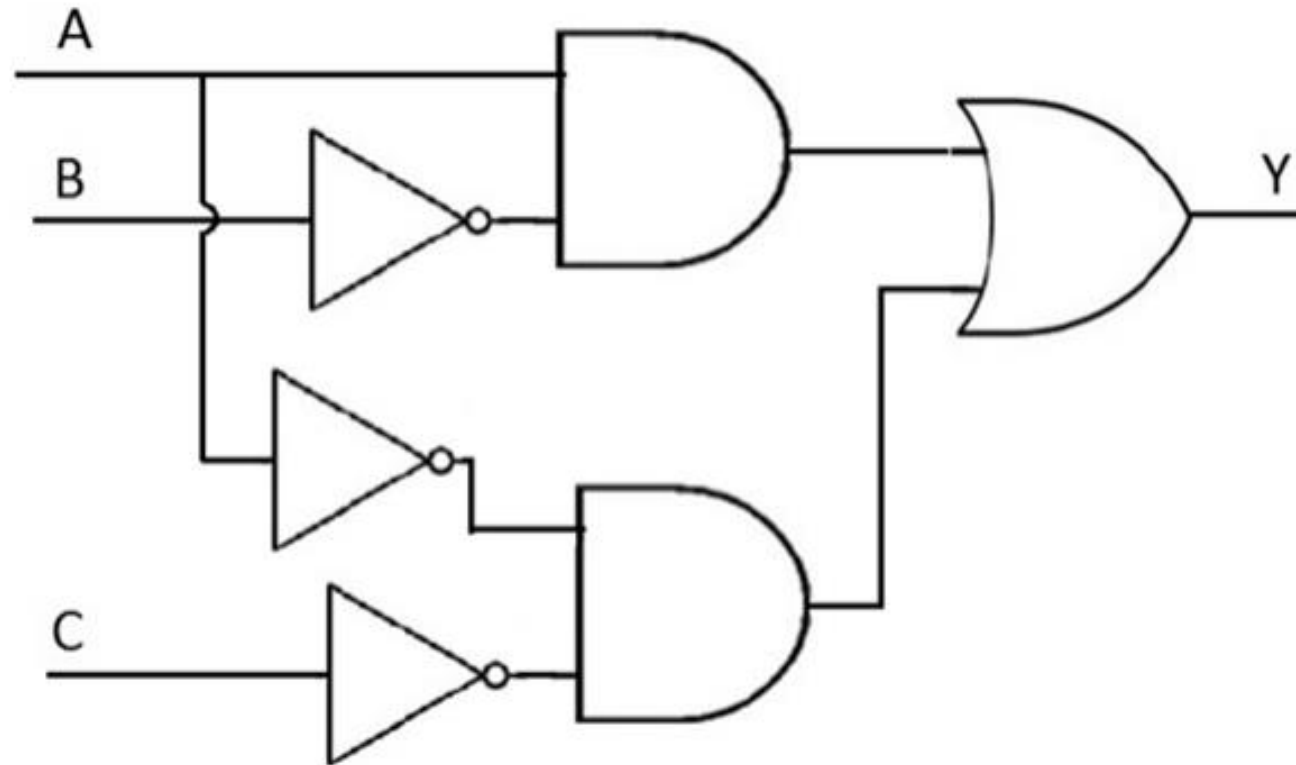
A									
B									
C									
D									
f									

Rješenje

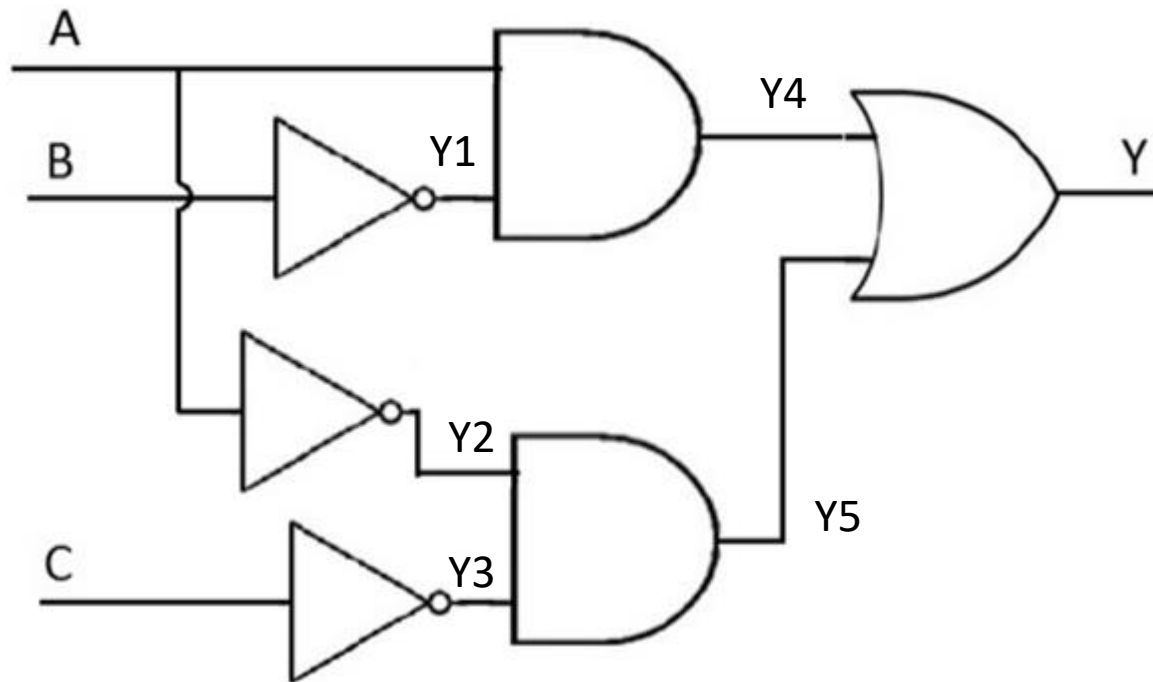
ILI-sklop $f=?$

A										
B										
C										
D										
f										

Kreirajte tablicu stanja za prikazani sklop



Rješenje



A	B	C	Y1 B'	Y2 A'	Y3 C'	Y4 A·Y1	Y5 Y2·Y3	Y
0	0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0

LITERATURA:

- Uroš Peruško: Digitalni sustavi
 - Str. 79 - 89