

OSNOVE DIGITALNE ELEKTRONIKE

BINARNA
ARITMETIKA

Binarno zbrajanje

- binarno zbrajanje
 - najjednostavnije
 ~ zbrajanje *dviju* binarnih znamenki:
 suma *mod 2* : operator \oplus

0	0	1	1	
+0	+1	+0	+1	
0	1	1	1	0

1	0
1	0

C: prijenos ↑

S: suma ↑

➔

a	0	1
b	0	1
0	0	1
1	1	10

- rezultat: $2_{10} = 10_2$
 ~ pojava *prijenosa* (engl. carry) na višu bitovnu poziciju
- oznake:
 S : suma, zbroj ; C : prijenos

Zbrajanje triju binarnih znamenki

pribrajanje *prijenosa* ("treća znamenka") s prethodnog mjesta

A_i	B_i	C_{i-1}	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Binarno oduzimanje

- binarno odbijanje dvaju binarnih *znamenki* :
 - diferencija = minuend – suptrahend

minuend	0	1	1
suptrahend	-0	-0	-1
	0	1	0

0
-1
1 1
↑ ↑

C: posudba
D: diferencija

D = M - S

M	S	D	Z
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

$$D = M \oplus S$$

$$Z = \overline{MS}$$



	a	0	1
b		0	1
0		0	1
1		11	0

Prikaz negativnih brojeva

- Negativni brojevi prikazuju se na tri načina:
- Predznakom i veličinom
- Predznakom i 1-komplementom
- Predznakom i 2-komplementom

Prikaz relativnih brojeva

- Za prikaz pozitivnih i negativnih brojeva – dodatni bit za predznak
- Pozitivni broj 0
- Negativni broj 1
- Ostali bitovi čine iznos

Prikaz brojeva predznakom i veličinom

- Predznak se prikazuje bitom 1, a broj kao veličina u binarnom sustavu
- Primjeri
 - $+72 = 01001000$ $-72 = 11001000$
 - $+127 = 01111111$ $-127 = 11111111$
 - $+67 = 01000011$ $-67 = 11000011$

Prikaz brojeva predznakom i 1-komplementom

- $+17 = 00010001$ $-17 = 11101110$
- $+127 = 01111111$ $-127 = 10000000$
- $+67 = 01000011$ $-67 = 10111100$
- Jedinični komplement-
- zamjena 0 i 1

Prikaz brojeva predznakom i 2-komplementom

- $+17 = 00010001$ $-17 = 11101111$
- $+127 = 01111111$ $-127 = 10000001$
- Dvojni komplement-zamjena 0 i 1, te se doda 1 na mjesto najniže težinske vrijednosti

Primjeri:

1. Prikazati broj -5 metodom drugog komplementa kroz 8 bitova: 00000101

$$\begin{array}{r} 00000101 \\ 11111010 \\ + 1 \\ \hline \text{---}11111011 \end{array}$$

▪ $(-128+64+32+16+8+2+1=-128+123=-5)$

▪ 2. Konvertirati broj -118 u notaciju drugog komplementa.

$$\begin{array}{r} \underline{0111\ 0110} \quad (+118)_{10} \\ 1000\ 1001 \quad \text{1. komplement} \\ + 1 \\ \hline 1000\ 1010 \quad \text{2. komplement} \end{array}$$

Provjera:

- Dobiveni broj pretvoriti u dekadski s time da najveću težinu prikažemo kao negativni broj
- $1000\ 1010 = -128 + 10 = -118$

• 3. Kako prikazati „pozitivnu“ i „negativnu“ nulu?

• $+0 = 00000000$

$-0 = 11111111$

• $\quad \quad \quad + \quad \quad \quad 1$

• $\quad \quad \quad \text{-----}$

• $\quad \quad \quad 00000000$

4. Koji je dekadski broj zapisan u 8-bitnom registru ako znamo da se radi o zapisu cijelog broja pomoću dvojnog komplementa?

1 1 1 0 0 1 1 1

$$11100111_2 = -1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = -128 + 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = -25$$

5. Koji je dekadski broj zapisan u 8-bitnom registru ako znamo da se radi o zapisu cijelog broja pomoću dvojnog komplementa?

0 0 0 1 1 0 0 1

$$00011001_2 = -0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = -0 + 0 + 0 + 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25$$

Prikazani su sadržaji 8-bitnih registara A i B u kojima su brojevi zapisani metodom dvojnoga komplementa. Koji će biti sadržaj 16-bitnoga registra C ako je u njemu zapisan zbroj sadržaja registara A i B metodom predznaka i apsolutne vrijednosti?

1 0 1 1 1 0 1 0

1 1 0 0 1 0 1 0

Rješenje:

$$-70 + (-54) = -124$$

1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0

Ako se u memoriju 8-bitnog računala zapisuju podaci metodom drugog komplementa, kako će glasiti zapisani podatak, ako se radi o oduzimanju dva dekadaska broja 109 -53?

- $109-53=56_{(10)}$ $109_{(10)}=01101101_{(2)}$
- $53_{(10)}=00110101_{(2)}$
- 11001010-jedinični komplement
- 11001010 drugi komplement dobijemo dodajući 1 bitu najmanje težine:
- + 1
- _____
- 11001011₍₂₎
- + 01101101₍₂₎
-
- **100111000** ₍₂₎ = 56₍₁₀₎

Oduzimanje višebitnih brojeva

Oduzmite broj 19_{10} od 25_{10} u binarnom sustavu tehnikom drugog komplementa. $n=8$

$$25_{10} = 00011001_2$$

$$19_{10} = 00010011_2$$

drugi komplement od 19_{10} je 11101101_2

$$00011001_2$$

$$\underline{+11101101_2}$$

$$100000110_2 = 6_{10}$$

Zapis decimalnih brojeva

Decimalni brojevi sastoje se od dva dijela – cijelog dijela broja i decimalnog dijela iza decimalnoga zareza.

U računalu koristimo **zapis s pomičnim zarezom** ili znanstveni zapis.

U ovom se slučaju broj prikazuje s jednim cijelim mjestom različitim od nule.

Prikazati binarne brojeve **101011,1101** i **– 0,0001101** u znanstvenom zapisu.

$$101011,1101 = 1,010111101 \cdot 2^5$$

$$- 0,0001101 = - 1,101 \cdot 2^{-4}$$

U binarnom sustavu baza je 2 i prva znamenka **mantise** (cijeli dio broja) je uvijek 1.

Zbog toga tu prvu znamenku ne moramo zapisivati, čime smo uštedjeli jedno mjesto u zapisu.

Znači, ono što moramo zapisati, **predznak** je, **decimalni dio mantise** i **eksponent**.

Danas postoji više standarda za zapis broja s decimalnim zarezom, a jedan od je IEEE754.

Umjesto eksponenta zapisuje se karakteristika koju dobijemo tako da eksponentu dodamo 127.

-karakteristika je uvijek pozitivna pa nam nije potreban bit za zapisivanje predznaka eksponenta, a eksponent može biti i pozitivan i negativan. Za prikaz brojeva jednostruke preciznosti koristimo 32 bita.

Krajnji lijevi bit je predznak, sljedećih **osam mjesta** predviđeno je za karakteristiku, **ostatak bitova za mantisu** (njezin decimalni dio).

Zapisati broj 42,75 u 32-bitnom registru prema IEEE754 standardu.

1. Broj pretvorimo u binarni:

$$42_{(10)} = \mathbf{101010}_{(2)}$$

$$0,75 \cdot 2 = 1,5$$

$$0,5 \cdot 2 = 1,0$$

$$42,75_{(10)} = \mathbf{101010,11}_{(2)}$$

Zapis s pomičnim zarezom: $1,0101011 \cdot 2^5$

2. Decimalni dio mantise je **0101011**.

3. Izračunavamo karakteristiku: $5 + 127 = 132 = \mathbf{10000100}_{(2)}$.

4. Predznak je **0**.

Broj zapisan prema IEEE standardu je: **0100 00100 010101100000000000000000**

Realni broj -125,125 prikazan je u računalu u IEEE754 standardu. Koja je vrijednost tog broja u heksadekadskom zapisu?

- Predznak negativan-dakle 1 na bitu predznaka
- 125,125 pretvorimo u binarni broj 1111101,001
- Prebacujemo broj u zapis s pomoćnim zarezom-premjestimo točku za 6 mjesta u lijevo pa imamo:
 - 1,111101001 *2⁶
 - decimalni dio mantise
- Izračunamo karakteristiku broja : eksponent+127=6+127=133
- 133 prebacimo u binarni zapis=10000101
- Broj u IEEE754 standardu glasi:
 - 1 10000101 111101001000000000000000
 - Bit karakteristika (8bita) decimalni dio mantise (23 bita)
 - Predznaka
- Prebačeno u heksadekadski= C2FA4000

U 32-bitnom registru zapisan je broj prema IEEE754 standardu. Heksadekadski ekvivalent zapisa je C13E0000. Koji će dekadski broj biti prikazan na zaslonu monitora?

- C13E0000 u binarni=
- **1 10000010 011 1110 0000 0000 0000 0000**
- Odrediti eksponent broja prema karakteristici: $10000010_{(2)} = 130_{(10)}$
- Formula za izračun eksponenta: $\text{eksponent} = \text{Karakteristika} - 127$
- $\text{Eksponent} = 130 - 127 = 3$
- Broj zapisan u IEEE754 standardu izgleda:
- (predznak) 1.decimalni dio mantise $\cdot 2^{\text{eksponent}}$
- - $1.011111 \cdot 2^3$ (ne moramo pisati sve 0 mantise)
- pomaknemo točku za tri mjesta $-1011.111_{(2)} = -11.875_{(10)}$

Zadaci za vježbu

- 1. Zapisati broj -62,35 u 32-bitnom registru prema IEEE754 standardu.
- 2. U 32-bitnom registru zapisan je broj prema IEEE754 standardu. Heksadekadski ekvivalent zapisa je C23E0000. Odrediti dekadski broj tako zapisanog broja.
- 3. Metodom drugog komplementa oduzeti: a) 105-67; b) 69-75
- 4. Metodom 2-komplementa prikazati dekadski broj -75 kroz jedan bajt.

OSNOVE DIGITALNE ELEKTRONIKE

Hvala na pažnji

