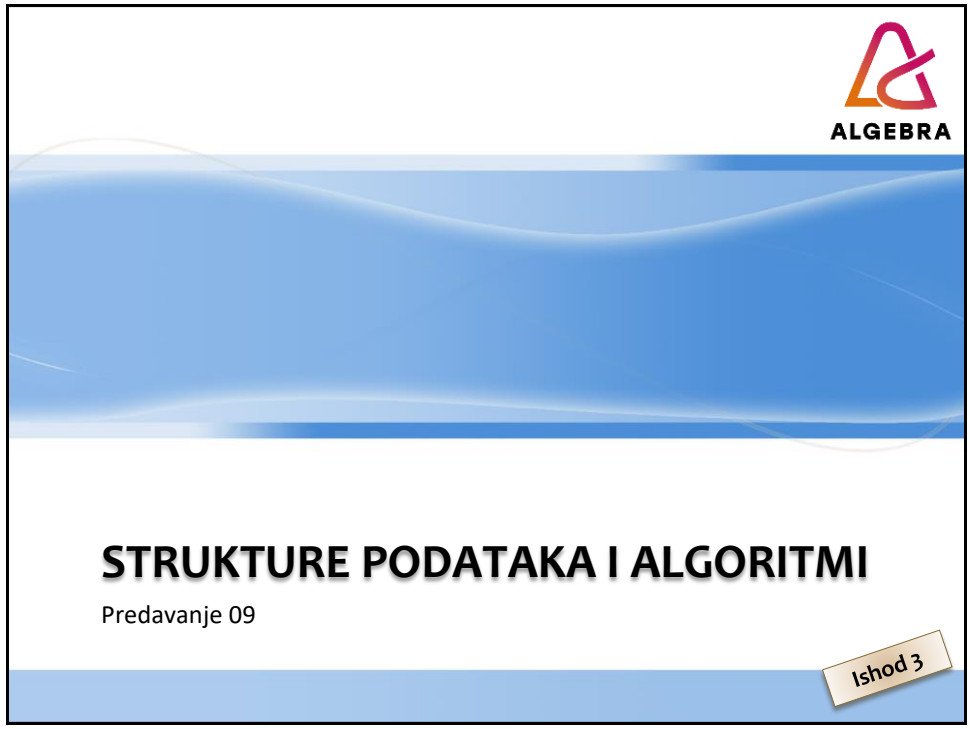
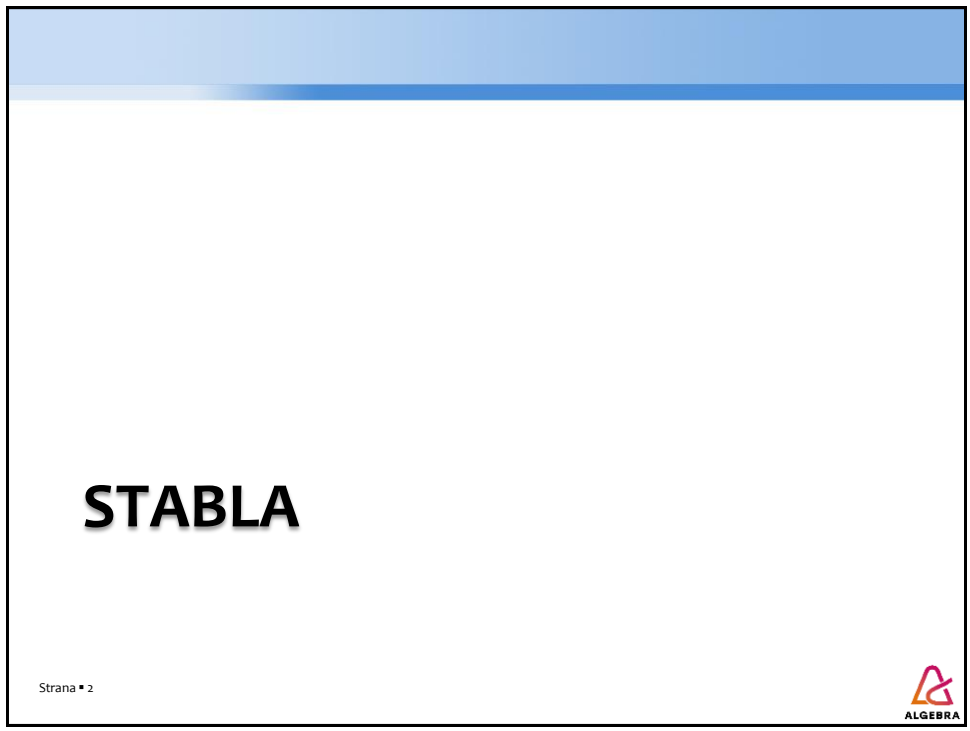

ALGEBRA
STRUKTURE PODATAKA I ALGORITMI
Predavanje 09
Ishod 3

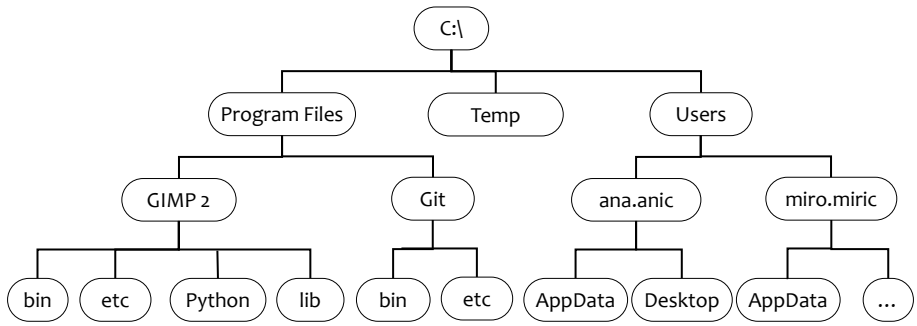
1


STABLA
Strana ▪ 2
ALGEBRA

2

Uvod

- Sve dosadašnje strukture podataka su bile linearno uređene
  - Možemo li u vektor/listu/stog/red spremiti sljedeće podatke:



  - Ne možemo jer su podaci hijerarhijske prirode
    - Potrebna nam je nova struktura – stablo

ALGEBRA

Primjena stabala

- Općenito, stabla su prikladna za:
  - Čuvanje hijerarhijskih podataka
    - Obiteljsko stablo
    - Sportska natjecanja
    - Datotečni sustav
    - Organizacijska shema firme
    - Organizacijska shema vojske
  - Čuvanje podataka u obliku pogodnom za pretraživanje
    - Rječnici
    - Indeksi u bazama podataka

ALGEBRA

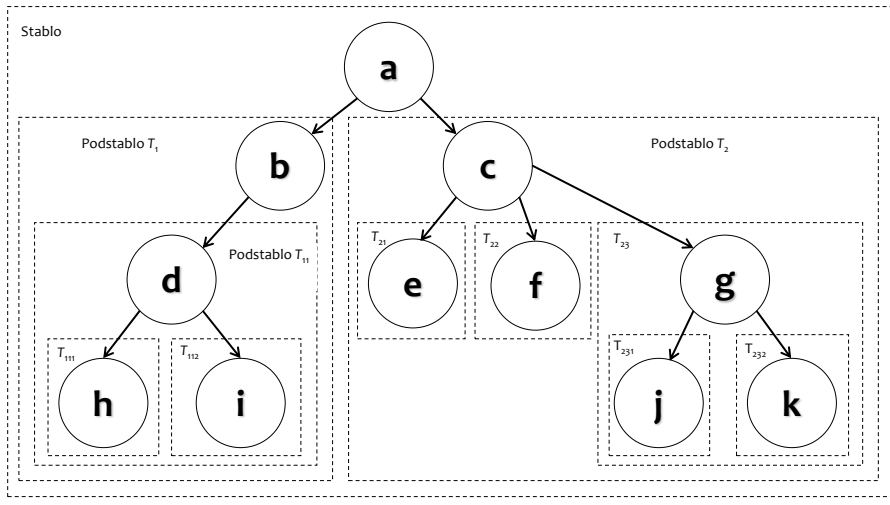
Pojednostavljena definicija stabla

- **Stablo** (engl. *tree*) je skupina povezanih čvorova sa svojstvima:
  - Svaki čvor (engl. *node*) sadrži jednu ili više vrijednosti
  - Čvorovi su hijerarhijski organizirani (roditelj – djeca)
  - Postoji točno jedan čvor koji nema roditelja i koji se naziva **korijen** ili **ishodište stabla** (engl. *tree root*)
  - Svaki čvor je ujedno i **korijen podstabla** (engl. *subtree root*), a to podstablo može biti složeno (sastavljeno od više čvorova) ili trivijalno (sastavljeno samo od 1 čvora)

ALGEBRA

5

Primjer stabla



ALGEBRA

6

Osnovni pojmovi (1/4)

- Čvorove koji se nalaze direktno ispod nekog čvora nazivamo njegovom **djecom** (engl. *children*)
  - Primjerice, čvorovi **e**, **f** i **g** su djeca čvora **c**
- Osim korijena stabla, svaki čvor ima točno jednog **roditelja** (engl. *parent*), a to je čvor direktno iznad njega
  - Primjerice, roditelj čvora **h** je čvor **d**
  - Svaki čvor može imati više djece, ali najviše jednog roditelja
- Čvorove s istim roditeljem nazivamo **braćom** (engl. *siblings*)
  - Primjerice, čvorovi **e**, **f** i **g** su braća

ALGEBRA

7

Osnovni pojmovi (2/4)

- **Put** (engl. *path*) od čvora **x** do čvora **y** čini niz čvorova kojima se može direktno doći od **x** do **y** (pri čemu je svaki čvor na putu roditelj sljedećem čvoru na tom putu)
  - Primjerice, put od **a** do **k** je: **a**, **c**, **g**, **k**; put od **e** do **g** ne postoji
- Ako se neki put sastoji od *n* čvorova, onda je **duljina** tog **puta** jednaka *n* – 1
  - Primjerice, duljina puta **a**, **c**, **g**, **k** je 3
- Ako gledamo neki čvor **x**:
  - **Potomci** (engl. *descendants*) čvora **x** su svi čvorovi u stablu do kojih postoji put od **x**
  - **Preci** (engl. *ancestors*) čvora **x** su svi čvorovi u stablu od kojih postoji put do **x**

ALGEBRA

8

Osnovni pojmovi (3/4)

- **List** (engl. *leaf*) je čvor koji nema djece
  - Primjerice, čvorovi **h**, **i**, **e**, **f**, **j**, **k** su listovi
- **Unutrašnji** čvor (engl. *internal*) je čvor koji ima djece
  - Primjerice, čvorovi **a**, **b**, **c**, **d**, **g** su unutarnji
- **Razina** ili **nivo** ili **dubina čvora** (engl. *node level*, *node depth*) predstavlja njegovu udaljenost (duljinu puta) od korijena
  - Korijen ima razinu 0, njegova djeca imaju razinu 1, njihova djeca razinu 2, itd.
- **Dubina stabla** (engl. *tree depth*) je jednaka maksimalnoj razini nekog čvora u stablu
  - Primjerice, dubina našeg stabla je 3

ALGEBRA

9

Osnovni pojmovi (4/4)

- **Stupanj** čvora je jednak broju njegove djece
  - Primjerice, stupanj od **a** je 2, stupanj od **c** je 3
- **Stupanj stabla** je jednak stupnju čvora s najviše djece
  - Primjerice, stupanj našeg stabla je 3

ALGEBRA

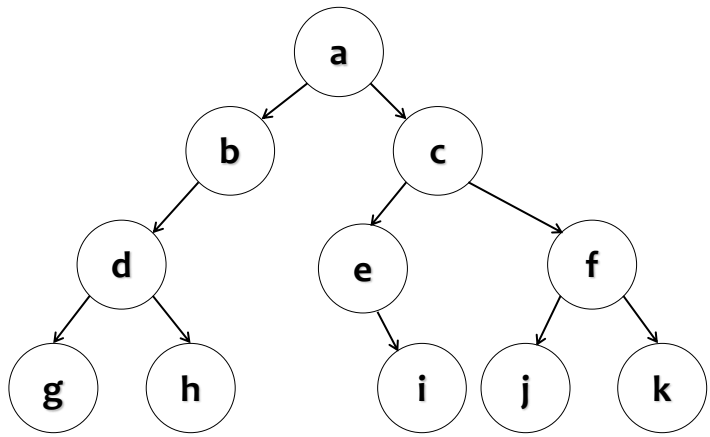
10

BINARNA STABLA

Uvod

- **Binarno stablo** (engl. *binary tree*) je stablo čiji stupanj može biti najviše 2
  - To znači da svaki čvor može imati najviše dva djeteta
- Binarna stabla su podskup općenitih stabala
  - Obično je rad s njima jednostavniji od rada s općenitim stablima
- Pojmovi uvedeni za općenita stabla na isti se način koriste i kod binarnih stabala

Primjer binarnog stabla

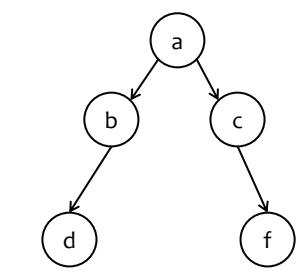


ALGEBRA

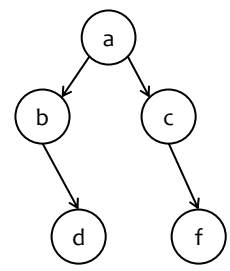
13

Razlika između lijevog i desnog djeteta

- Razlikujemo **lijevo** i **desno** dijete svakog čvora
- Ako neki čvor ima samo jedno dijete, nije svejedno je li ono lijevo ili desno dijete
  - Sljedeća dva binarna stabla nisu jednaka



Lijevo dijete



Desno dijete

ALGEBRA

14

Tipovi binarnih stabala

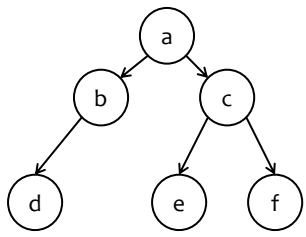
- Zanimaju nas sljedeći tipovi binarnih stabala:
  - **Puno** (engl. *full*) binarno stablo je ono u kojemu svaki čvor koji nije list ima točno 2 djeteta
  - **Savršeno** (engl. *perfect*) binarno stablo je ono koje je **puno** i u kojem su svi listovi u istoj razini
  - **Potpuno** (engl. *complete*) binarno stablo je ono u kojemu su sve razine (osim možda zadnje) ***popunjene***, a zadnja razina ima sve čvorove popunjene s lijeva
    - To znači da se čvorovi dodaju u stablo na sljedeći način:
      - Krenemo od korijena i svaku razinu punimo s lijeva na desno dok ima mjesta
      - Kad više nema mjesta, prijeđemo na sljedeću razinu

ALGEBRA

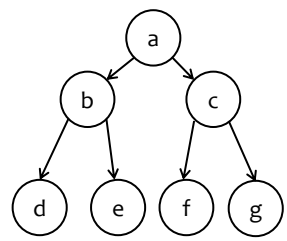
15

Primjeri punih binarnih stabala

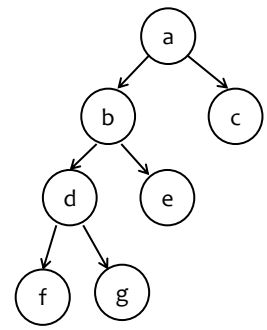
Nije puno, jer **b** ima samo jedno dijete



Puno binarno stablo



Puno binarno stablo

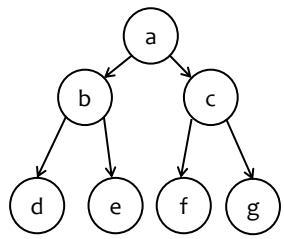


ALGEBRA

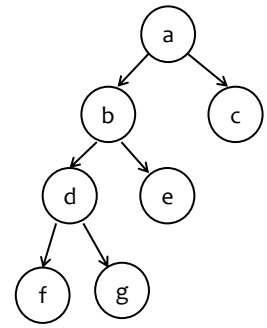
16

Primjeri savršenih binarnih stabala

Savršeno binarno stablo



Puno, ali **nije savršeno** jer je razina listova **f** i **g** jednaka 3, lista **e** jednaka 2, a lista **c** jednaka 1

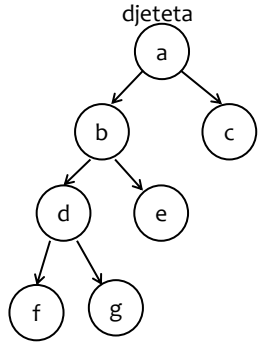


ALGEBRA

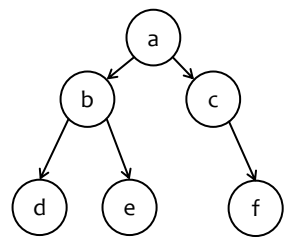
17

Primjeri potpunih binarnih stabala

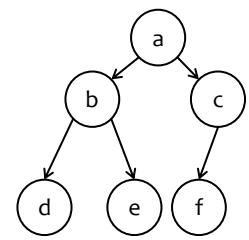
Puno, ali **nepotpuno**, jer **c** i **e** nisu u zadnjem nivou i nemaju oba djeteta



Nepotpuno, jer u zadnjoj razini nisu svi čvorovi popunjeni s lijeva



Potpuno binarno stablo



ALGEBRA

18

REKURZIJA

ALGEBRA

19

Rekurzija

- Metoda rješavanja problema u kojoj **funkcija poziva samu sebe** s drukčijim vrijednostima parametara
  - Svaki poziv funkcije radi na dijelu problema
  - Mora postojati **uvjet zaustavljanja** (bazni slučaj)
- Svako izvođenje iste funkcije se naziva **iteracija**
  - Svaka iteracija je nezavisna od prethodne
  - U svakoj iteraciji:
    - Riješimo mali dio problema
    - Rekurzivno pozivamo sami sebe kako bismo riješili ostatak problema
  - Pogledajmo https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/RecFact.html

ALGEBRA

20

Primjer rekurzije

- Zadatak svake iteracije jest samo ispisati jedno slovo

```
void ispisi(string ime, int i) {
  if (i == ime.size()) {
     return;
  }
  cout << ime[i] << endl;
  ispisi(ime, i + 1);
}
int main() {
  string ime = "Mirko";
  ispisi(ime, 0);
  return 0;
}
```

Provjera baznog slučaja

Rješavanje problema

Rekurzivni poziv

Inicijalni poziv

Zadatak

- Napišimo program koji će ispisati sve podmape unutar zadane mape.
  - Koristit ćemo dirent.h
    - Na linuxu dolazi standardno
    - Za Windowse: github.com/tronkko/dirent
  - Dizajn rekurzivne funkcije:
    - Koji dio problema rješava jedna iteracija?
      - Ispisuje naziv trenutne mape
    - Kakve rekurzivne pozive radimo?
      - Po jedan za svaku podmapu

Osnovni kostur rješenja

```
/// <summary>
/// Ispisuje naziv trenutne mape te rekurzivnim pozivima
/// obrađuje podmape.
/// </summary>
/// <param name="roditelj">Putanja do mape roditelja, npr. "C:\\spa\\"</param>
/// <param name="mapa">Naziv trenutne mape, npr. "predavanja"</param>
/// <param name="razina">Koliko treba uvući naziv mape pri ispisu</param>
void process_folder(string roditelj, string mapa, int razina) {

    // Obradi ovaj folder.

    // Napravi punu putanju.

    // Obradi podfoldere.
}

int main() {
    process_folder("C:\\", "Temp", 0);

    return 0;
}
```


ALGEBRA

23

Detalji rješenja

```
// Obradi ovaj folder.
for (int i = 0; i < razina; i++) {
    cout << " ";
}
cout << mapa << endl;
```


ALGEBRA

24

Detalji rješenja

```
// Napravi punu putanju.
stringstream sstr;
sstr << roditelj << mapa << "\\";
string mapa_putanja;
sstr >> mapa_putanja;
```


ALGEBRA

25

Detalji rješenja

```
// Obradi podfoldere.
DIR* dir = opendir(mapa_putanja.c_str());
if (dir == nullptr) { // Možda nemamo prava na ovu mapu.
    return;
}

dirent* ent;
while ((ent = readdir(dir)) != nullptr) {
    if (ent->d_name[0] == '.') {
        continue;
    }

    if (S_ISDIR(ent->d_type) == true) {
        process_folder(mapa_putanja, ent->d_name, razina + 1); //
Rekurzivni poziv.
    }
}

closedir(dir);
```


ALGEBRA

26

OBILASCI STABLA

ALGEBRA

27

Uvod

- **Obilazak stabla** (engl. *tree traversal*) jest postupak posjećivanja svih čvorova stabla uz uvjete:
  - Posjetit ćemo svaki element u stablu
  - Niti jedan element nećemo posjetiti dva ili više puta
- Najčešći razlozi posjećivanja su:
  - Čitanje sadržaja elementa
  - Promjena sadržaja elementa

ALGEBRA

28

Obilazak linearnih struktura

- Obilazak linearnih struktura (primjerice, liste) je jednostavan: krenemo od prvog elementa i idemo do zadnjeg
- Primjerice, imamo listu od 50 cijelih brojeva
  - Ako želimo izračunati zbroj svih elemenata, proći ćemo od početka do kraja liste i pročitati sadržaj svakog elementa
  - Ako želimo svaki broj pomnožiti s 2, proći ćemo od početka do kraja liste i promijeniti sadržaj svakog elementa

ALGEBRA

29

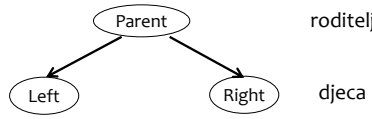
Obilazak binarnog stabla

- Obilazak hijerarhijskih struktura je složeniji te postoji više načina njihovog obilaska
- Najpoznatiji algoritmi obilaska binarnog stabla su:
  - DFS algoritmi (engl. *depth-first search*)
    - INORDER
    - PREORDER
    - POSTORDER
  - BFS algoritam (engl. *breadth-first search*)
- Svi algoritmi kreću od korijena, a razlikuju se u redoslijedu posjećivanja čvorova
- Svi algoritmi su rekurzivni

ALGEBRA

30

DFS algoritmi obilaska



INORDER	Princip obilaska: **Left, Parent, Right** Obilazak kreće od lijevog podstabla pa ide na roditelja pa zatim na desno podstablo. Pri tome se svako podstablo obilazi na jednak način (rekurzivnost).
PREORDER	Princip obilaska: **Parent, Left, Right** Obilazak kreće od roditelja pa ide na lijevo i zatim na desno podstablo. Pri tome se svako podstablo obilazi na jednak način (rekurzivnost).
POSTORDER	Princip obilaska: **Left, Right, Parent** Obilazak kreće od lijevog podstabla pa ide na desno podstablo i na kraju na roditelja. Pri tome se svako podstablo obilazi na jednak način (rekurzivnost).

ALGEBRA

31

Primjene algoritama obilazaka

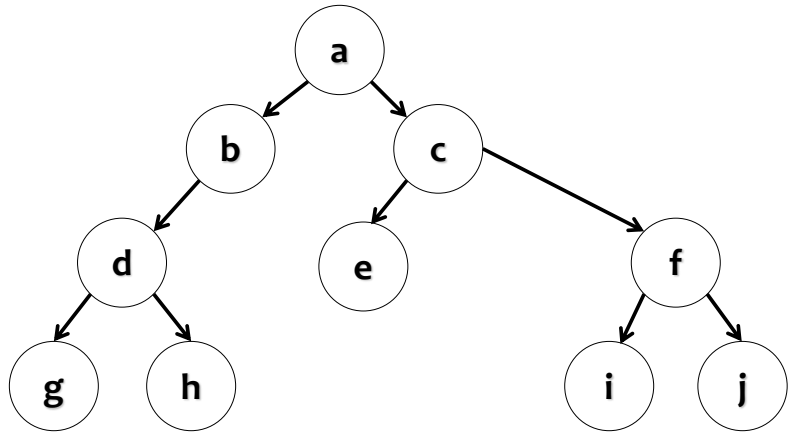
- Primjene algoritama obilazaka:
  - INORDER
    - Često se koristi na binarnim stablima traženja (BST) budući da vraća vrijednosti u sortiranom obliku (definiranom samim BST-om)
  - PREORDER
    - Često se koristi za dupliciranje stabla jer prvo obradi roditelja, a tek onda djecu
  - POSTORDER
    - Često se koristi pri brisanju čvorova i uništenju stabla jer prvo obradi djecu, a tek onda roditelja

ALGEBRA

32

Primjer algoritma INORDER (1/11)

- Primjer stabla kojeg ćemo obići

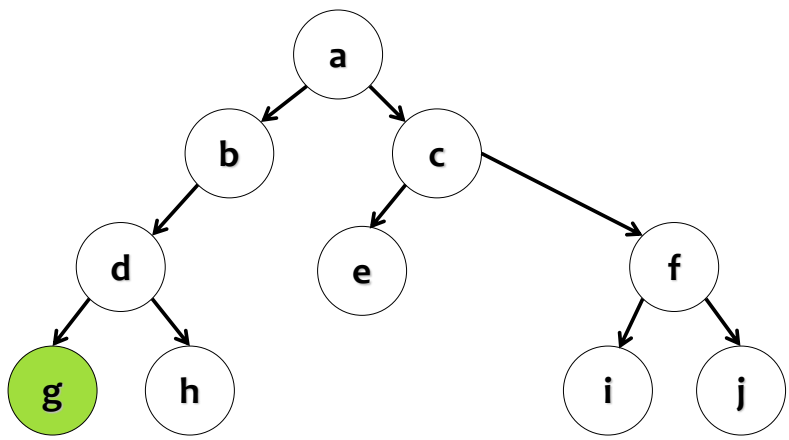


ALGEBRA

33

Primjer algoritma INORDER (2/11)

Redoslijed obrade: g

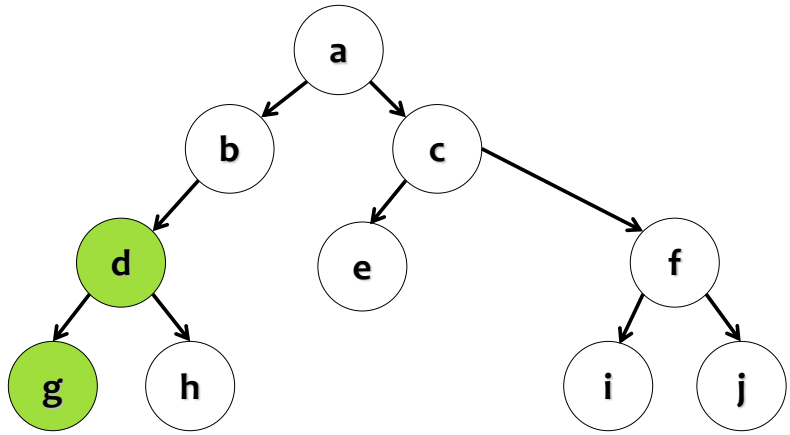


ALGEBRA

34

Primjer algoritma INORDER (3/11)

Redoslijed obrade: g, d

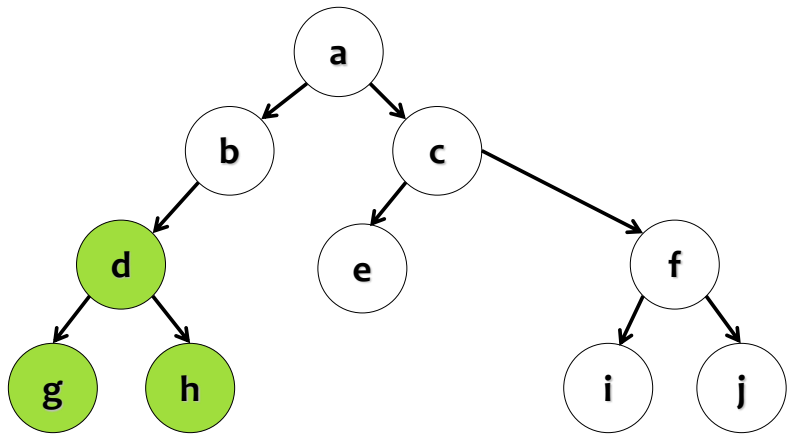


ALGEBRA

35

Primjer algoritma INORDER (4/11)

Redoslijed obrade: g, d, h

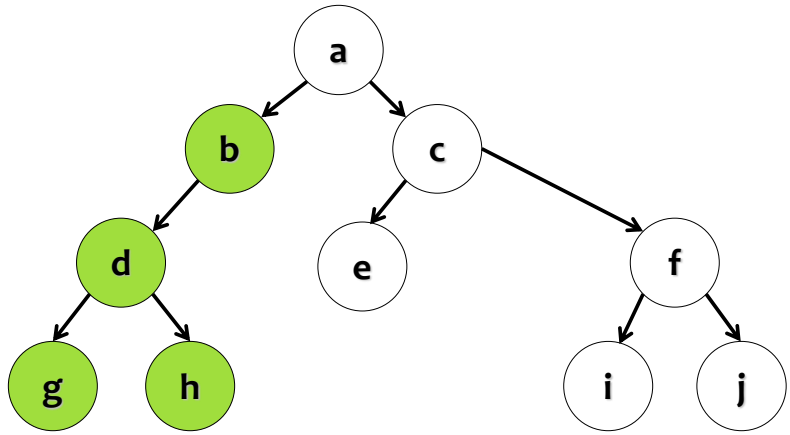


ALGEBRA

36

Primjer algoritma INORDER (5/11)

Redoslijed obrade: g, d, h, b

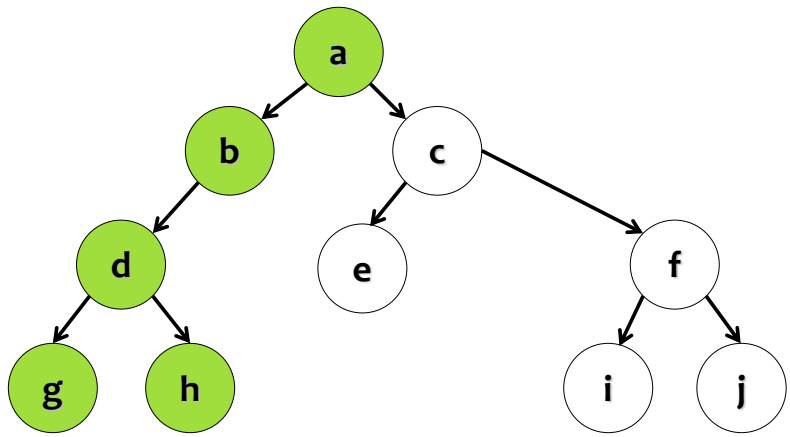


ALGEBRA

37

Primjer algoritma INORDER (6/11)

Redoslijed obrade: g, d, h, b, a

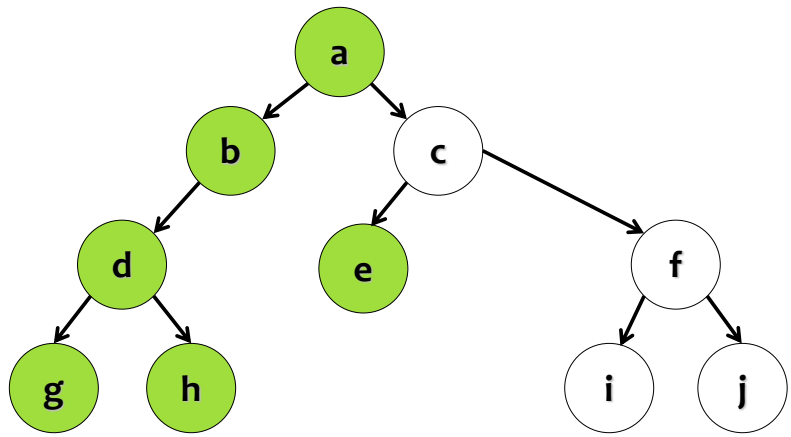


ALGEBRA

38

Primjer algoritma INORDER (7/11)

Redoslijed obrade: g, d, h, b, a, e

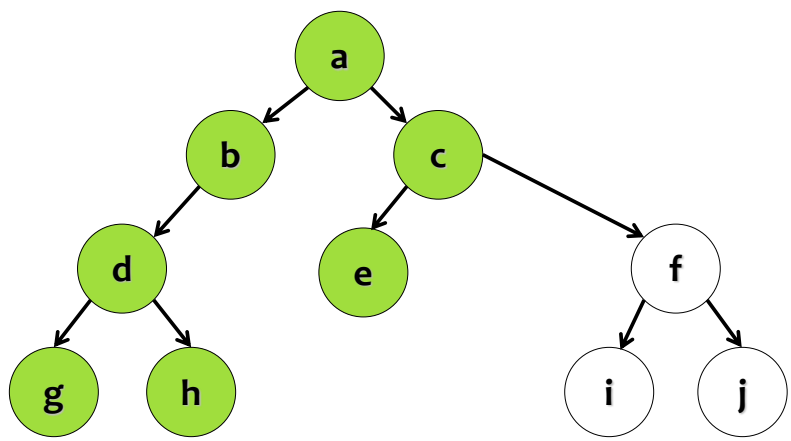


ALGEBRA

39

Primjer algoritma INORDER (8/11)

Redoslijed obrade: g, d, h, b, a, e, c

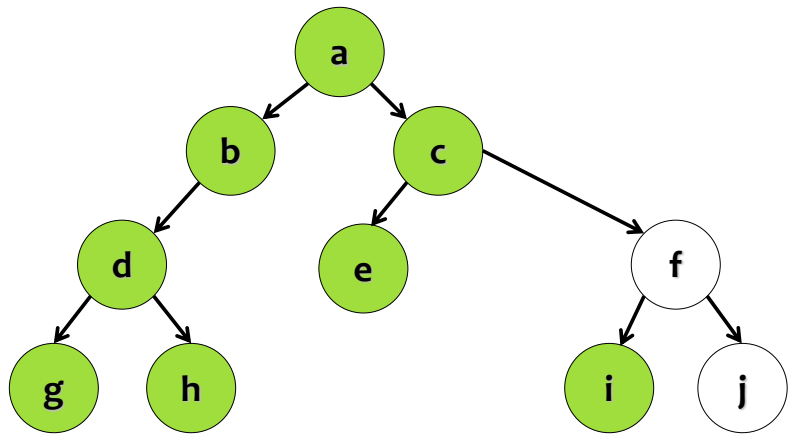


ALGEBRA

40

Primjer algoritma INORDER (9/11)

Redoslijed obrade: g, d, h, b, a, e, c, i

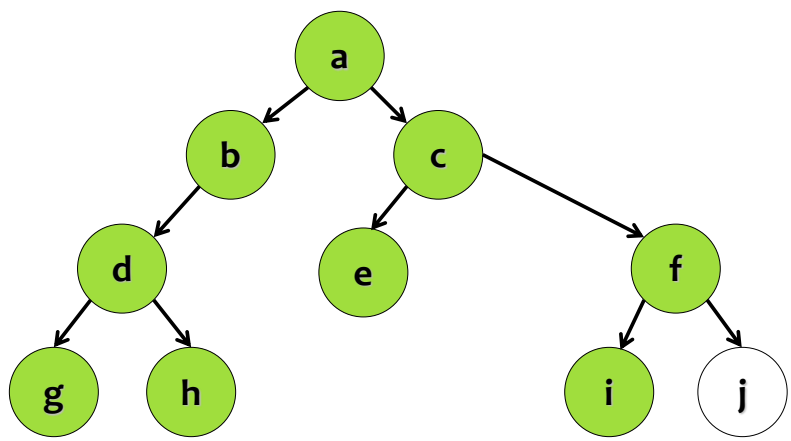


ALGEBRA

41

Primjer algoritma INORDER (10/11)

Redoslijed obrade: g, d, h, b, a, e, c, i, f

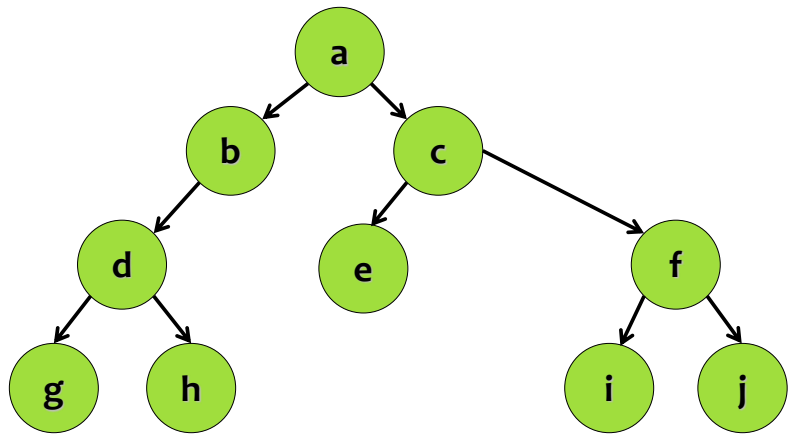


ALGEBRA

42

Primjer algoritma INORDER (11/11)

Redoslijed obrade: g, d, h, b, a, e, c, i, f, j

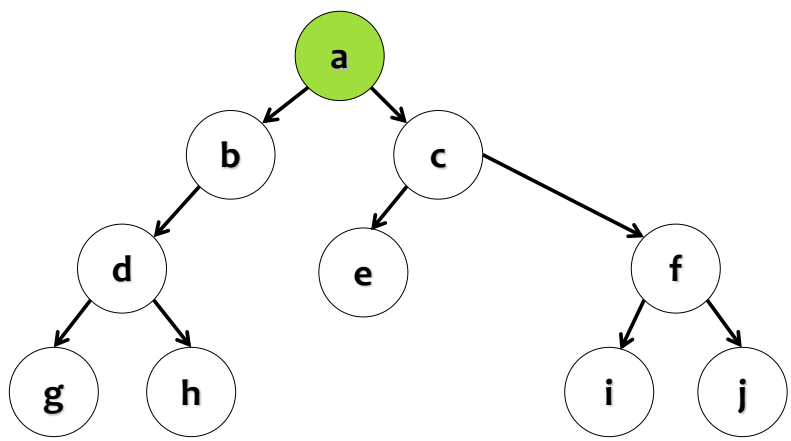


ALGEBRA

43

Primjer algoritma PREORDER (1/10)

Redoslijed obrade: a

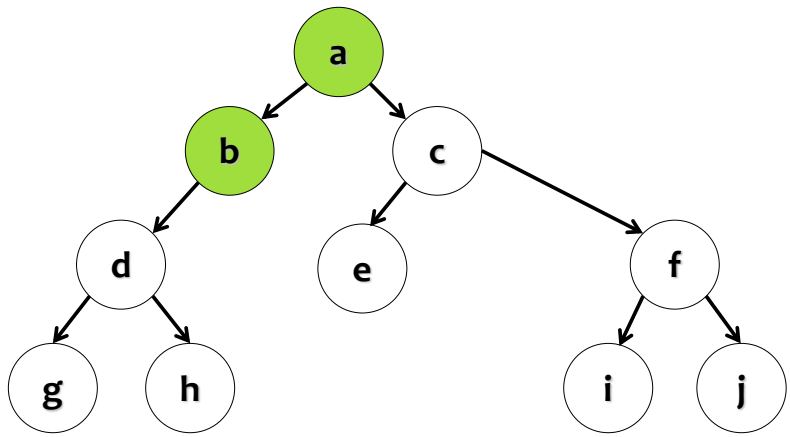


ALGEBRA

44

Primjer algoritma PREORDER (2/10)

Redoslijed obrade: a, b

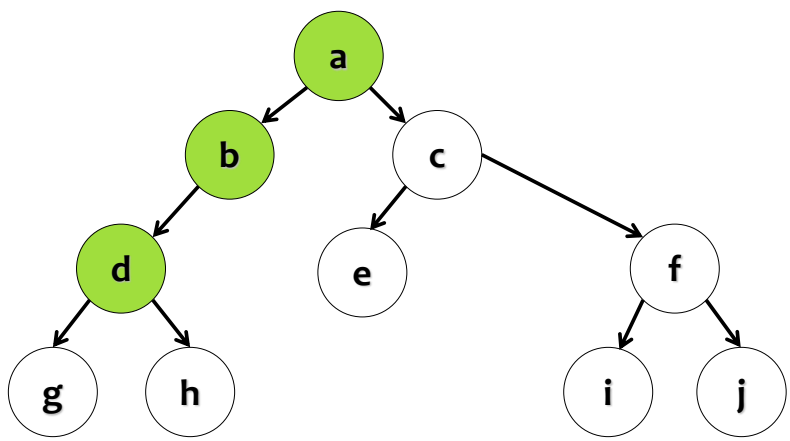


ALGEBRA

45

Primjer algoritma PREORDER (3/10)

Redoslijed obrade: a, b, d

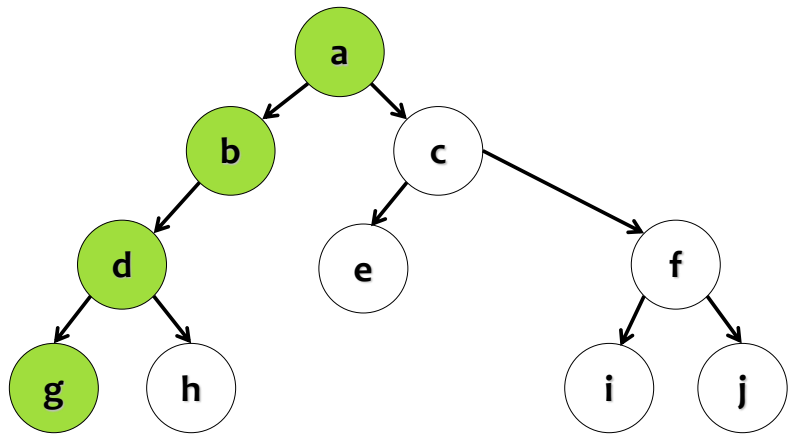


ALGEBRA

46

Primjer algoritma PREORDER (4/10)

Redoslijed obrade: a, b, d, g

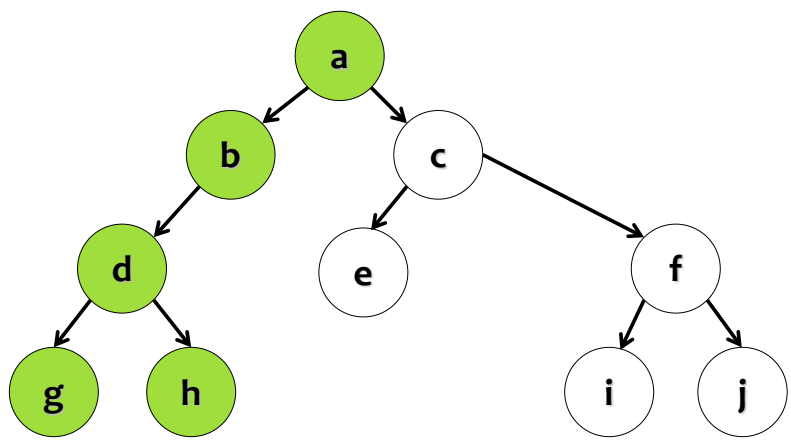


ALGEBRA

47

Primjer algoritma PREORDER (5/10)

Redoslijed obrade: a, b, d, g, h

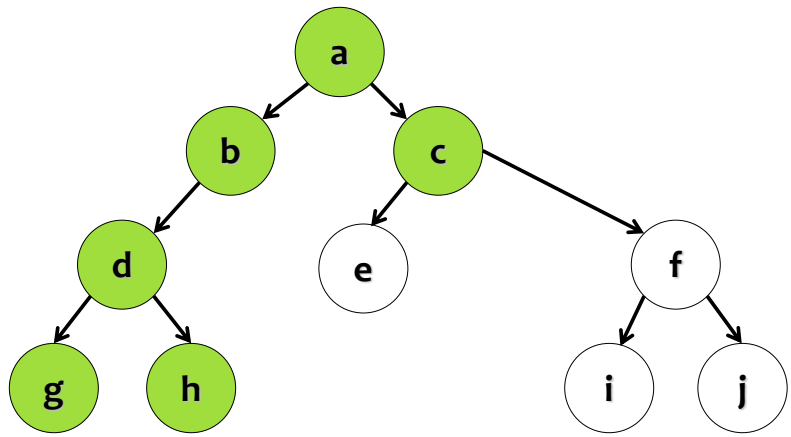


ALGEBRA

48

Primjer algoritma PREORDER (6/10)

Redoslijed obrade: a, b, d, g, h, c

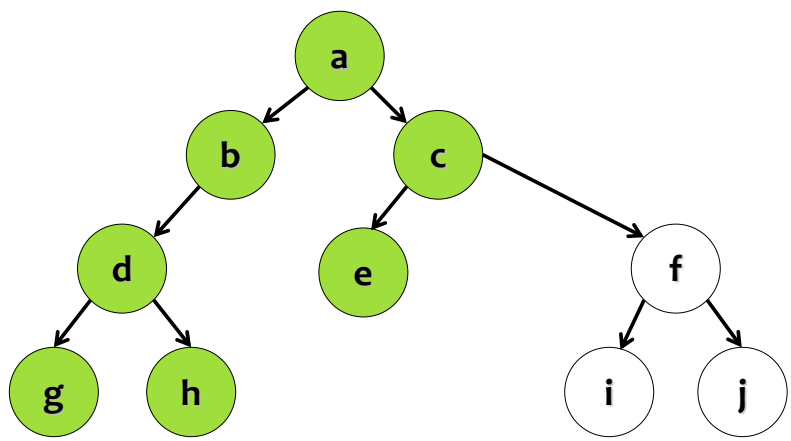


ALGEBRA

49

Primjer algoritma PREORDER (7/10)

Redoslijed obrade: a, b, d, g, h, c, e

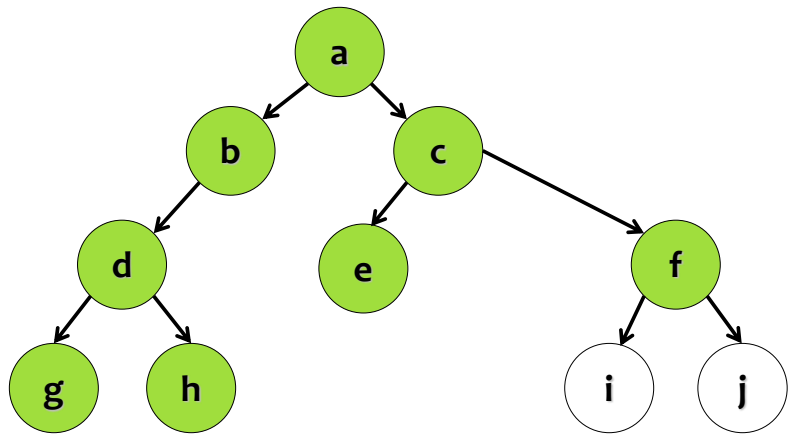


ALGEBRA

50

Primjer algoritma PREORDER (8/10)

Redoslijed obrade: a, b, d, g, h, c, e, f

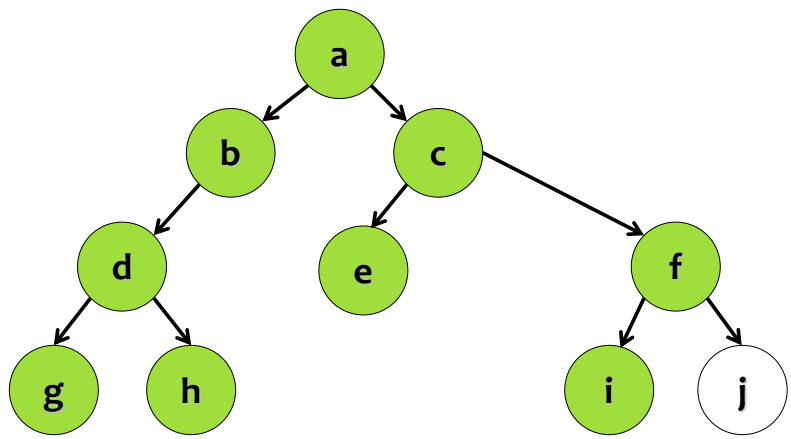


ALGEBRA

51

Primjer algoritma PREORDER (9/10)

Redoslijed obrade: a, b, d, g, h, c, e, f, i

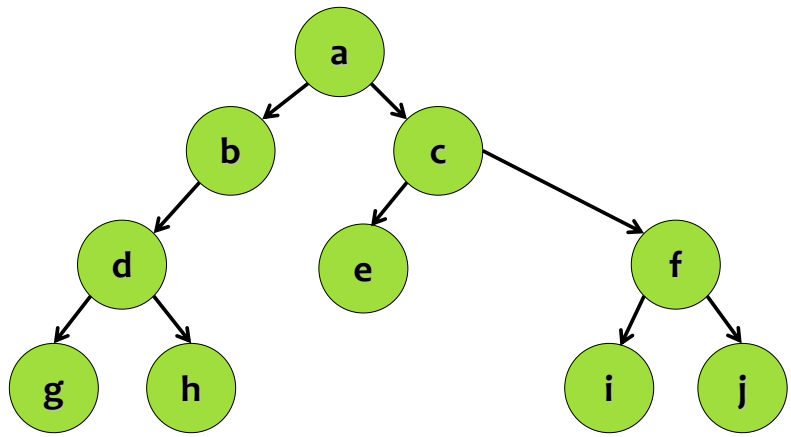


ALGEBRA

52

Primjer algoritma PREORDER (10/10)

Redoslijed obrade: a, b, d, g, h, c, e, f, i, j

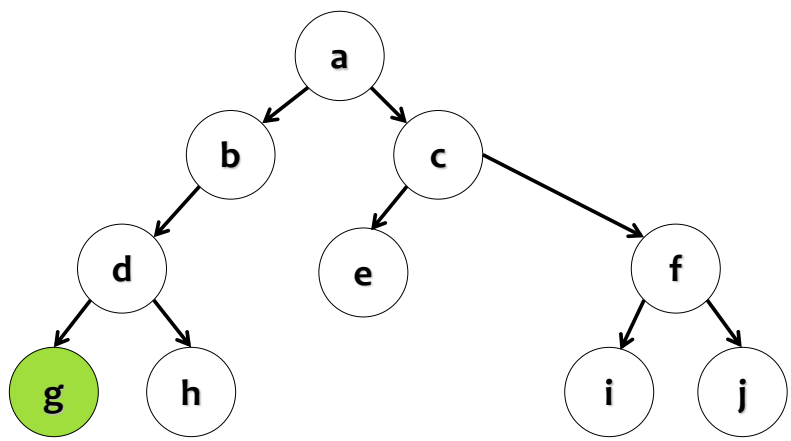


ALGEBRA

53

Primjer algoritma POSTORDER (1/10)

Redoslijed obrade: g

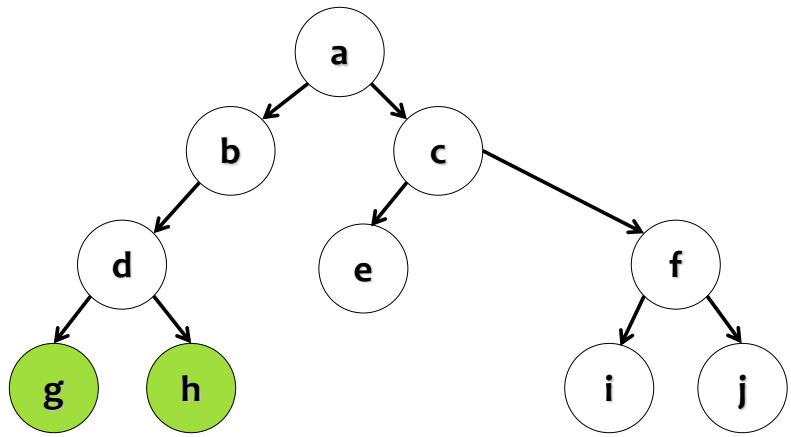


ALGEBRA

54

Primjer algoritma POSTORDER (2/10)

Redoslijed obrade: g, h

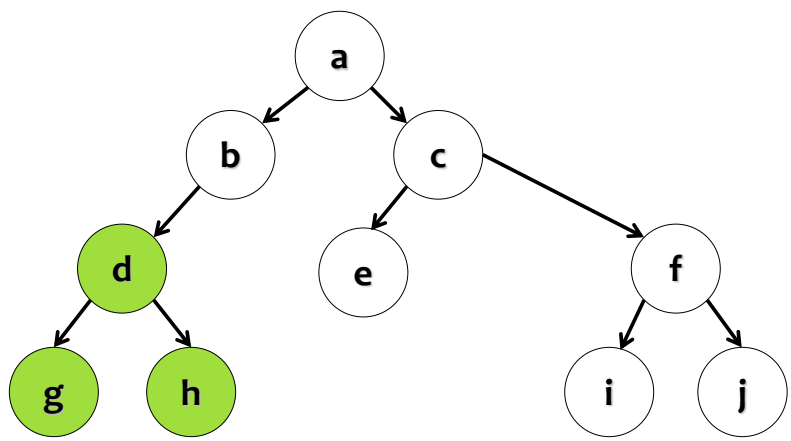


ALGEBRA

55

Primjer algoritma POSTORDER (3/10)

Redoslijed obrade: g, h, d

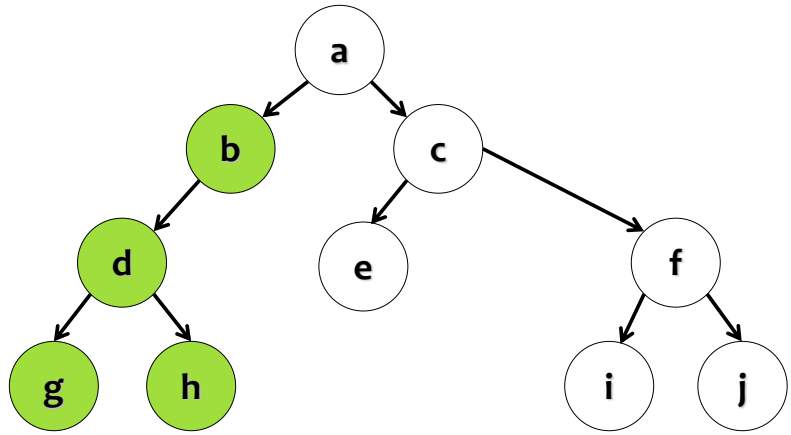


ALGEBRA

56

Primjer algoritma POSTORDER (4/10)

Redoslijed obrade: g, h, d, b

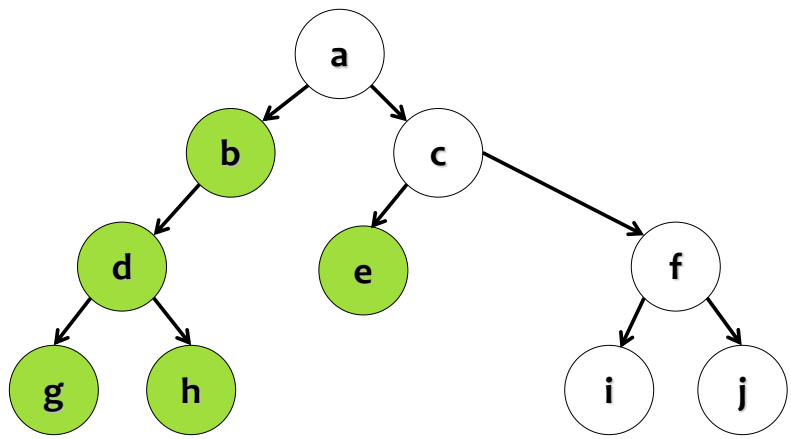


ALGEBRA

57

Primjer algoritma POSTORDER (5/10)

Redoslijed obrade: g, h, d, b, e

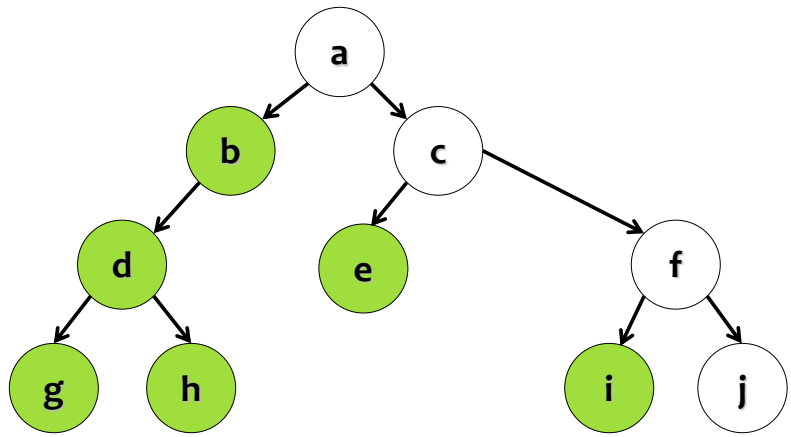


ALGEBRA

58

Primjer algoritma POSTORDER (6/10)

Redoslijed obrade: g, h, d, b, e, i

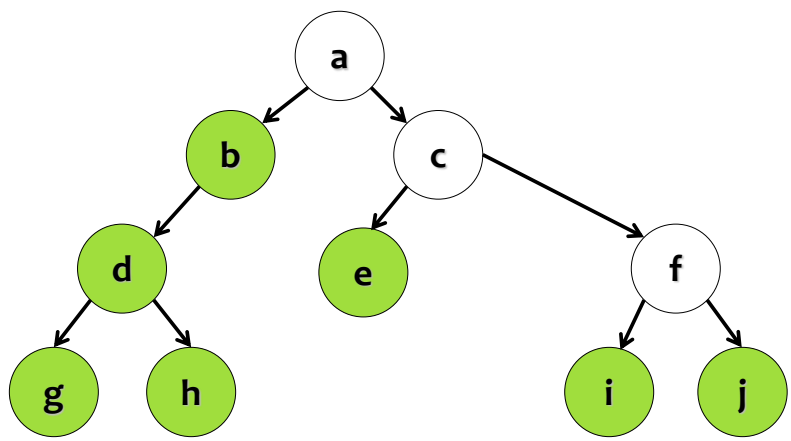


ALGEBRA

59

Primjer algoritma POSTORDER (7/10)

Redoslijed obrade: g, h, d, b, e, i, j

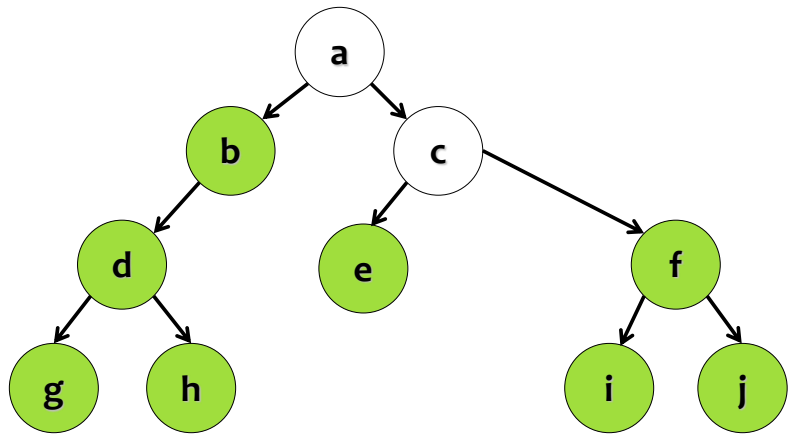


ALGEBRA

60

Primjer algoritma POSTORDER (8/10)

Redoslijed obrade: g, h, d, b, e, i, j, f

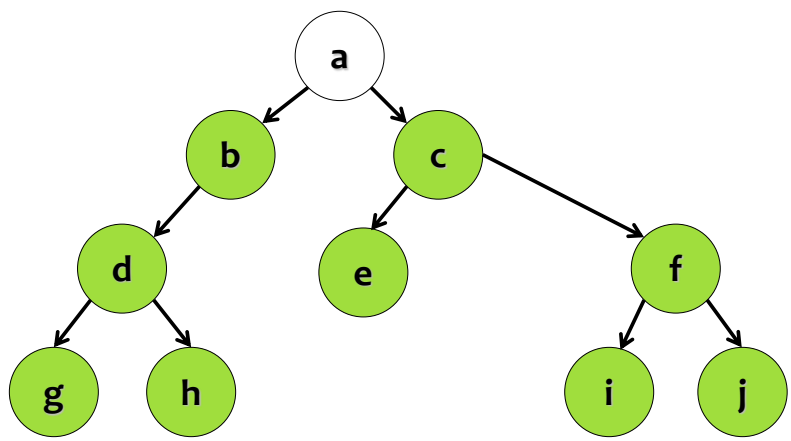


ALGEBRA

61

Primjer algoritma POSTORDER (9/10)

Redoslijed obrade: g, h, d, b, e, i, j, f, c

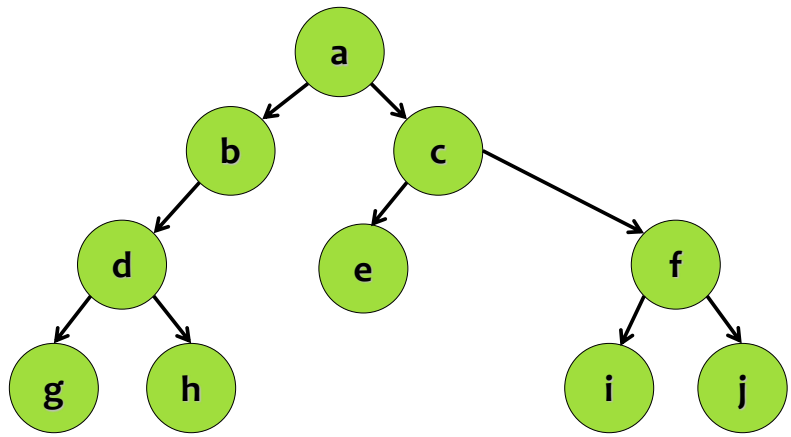


ALGEBRA

62

Primjer algoritma POSTORDER (10/10)

Redoslijed obrade: g, h, d, b, e, i, j, f, c, a



ALGEBRA

63

Redoslijed obrade sva tri algoritma

- Redoslijed obrade čvorova INORDER:
  - g, d, h, b, a, e, c, i, f, j
- Redoslijed obrade čvorova PREORDER:
  - a, b, d, g, h, c, e, f, i, j
- Redoslijed obrade čvorova POSTORDER:
  - g, h, d, b, e, i, j, f, c, a

ALGEBRA

64

BFS algoritam

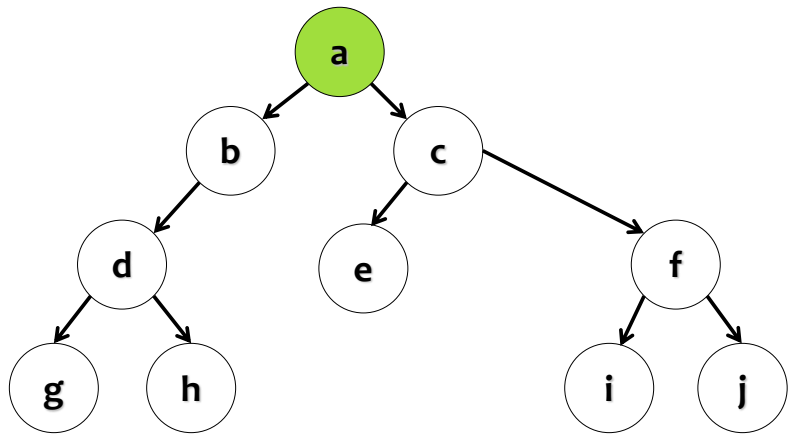
- BFS algoritam posjećuje čvorove razinu po razinu, s lijeva na desno:
  1. Dodaj korijen u red
  2. Uzmi sljedeći element *A* iz reda i ispiši vrijednost*
  3. Dodaj djecu čvora *A* u red
  4. Ako red nije prazan, idi na korak 2
- Primjerice, ako stablo prikazuje hijerarhiju, onda ovaj način obilaska prvo ispisuje one pri vrhu hijerarhije
- Primjena ovog algoritma nije tako česta u praksi

ALGEBRA

65

Primjer algoritma BFS (1/10)

Redoslijed obrade: a

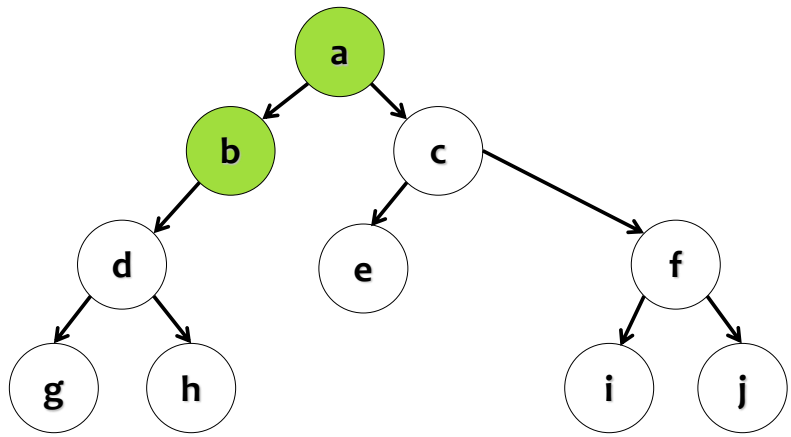


ALGEBRA

66

Primjer algoritma BFS (2/10)

Redoslijed obrade: a, b

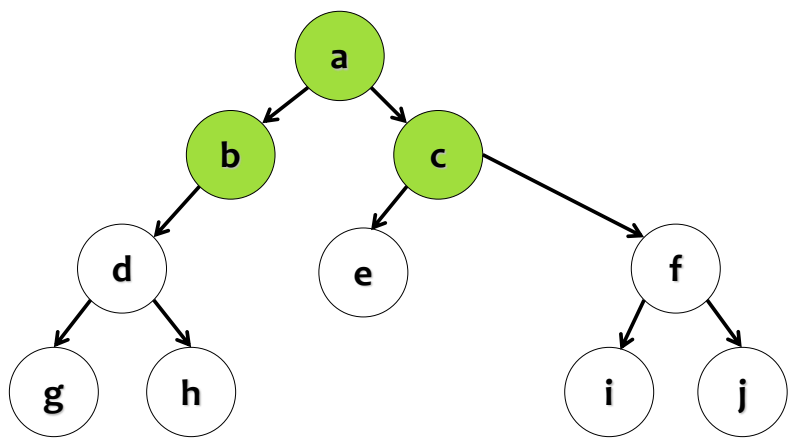


ALGEBRA

67

Primjer algoritma BFS (3/10)

Redoslijed obrade: a, b, c

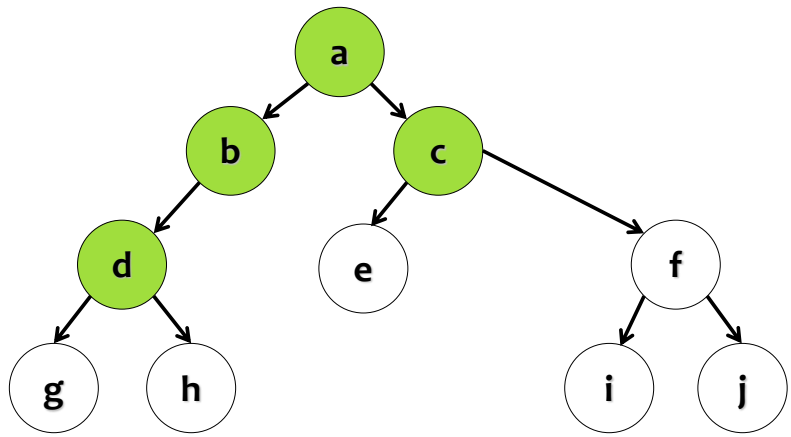


ALGEBRA

68

Primjer algoritma BFS (4/10)

Redoslijed obrade: a, b, c, d

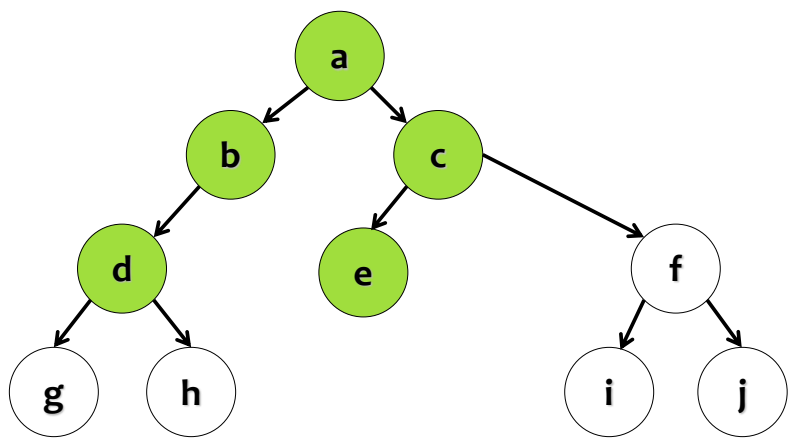


ALGEBRA

69

Primjer algoritma BFS (5/10)

Redoslijed obrade: a, b, c, d, e

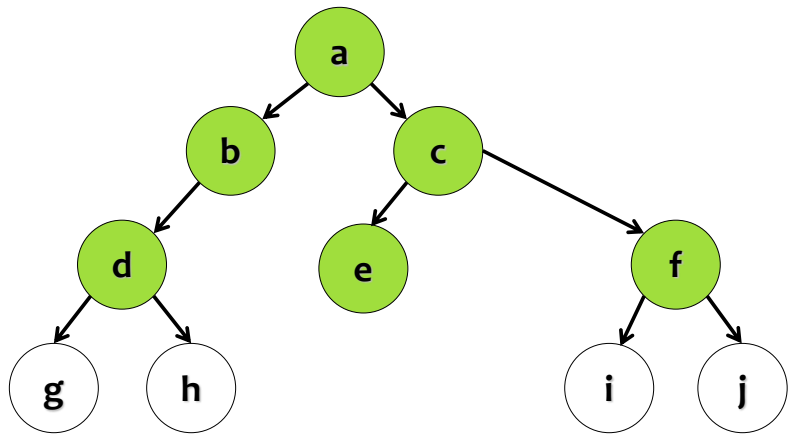


ALGEBRA

70

Primjer algoritma BFS (6/10)

Redoslijed obrade: a, b, c, d, e, f

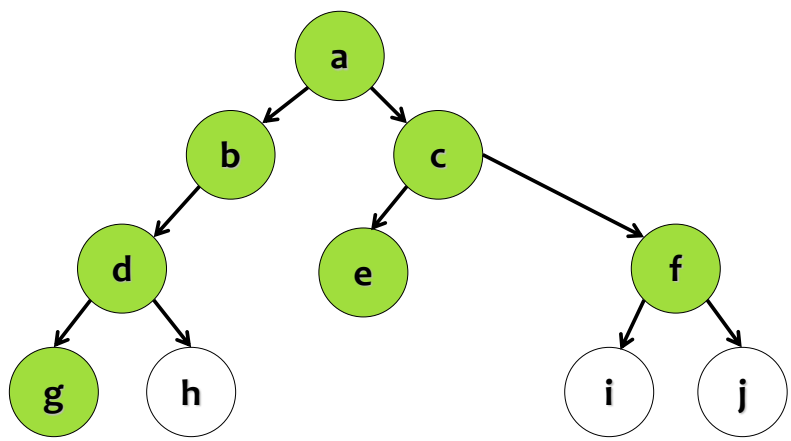


ALGEBRA

71

Primjer algoritma BFS (7/10)

Redoslijed obrade: a, b, c, d, e, f, g

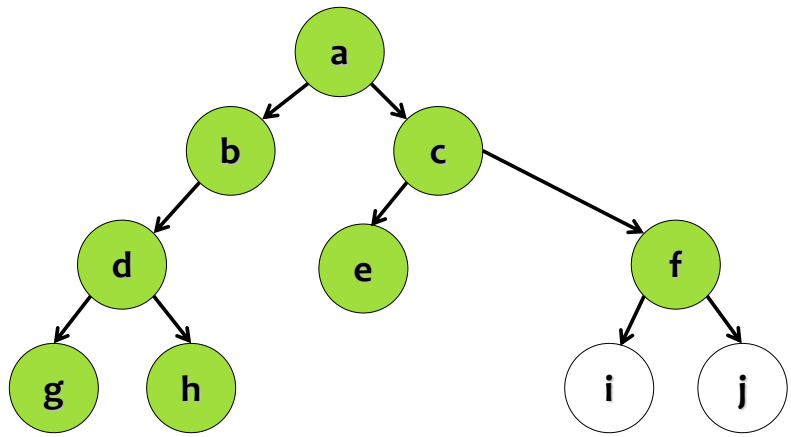


ALGEBRA

72

Primjer algoritma BFS (8/10)

Redoslijed obrade: a, b, c, d, e, f, g, h

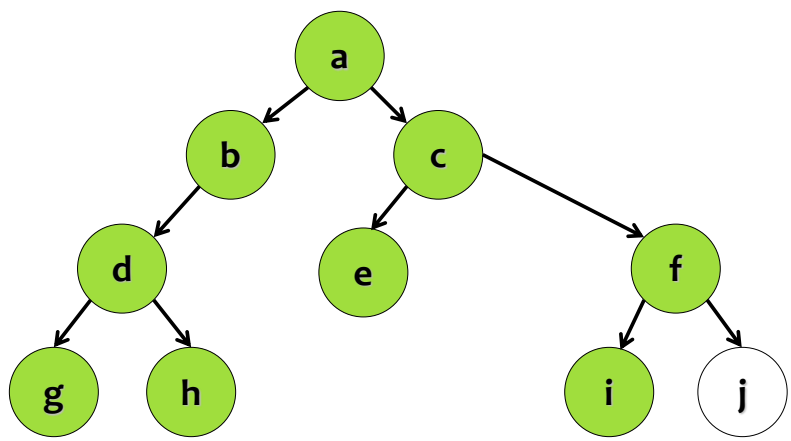


ALGEBRA

73

Primjer algoritma BFS (9/10)

Redoslijed obrade: a, b, c, d, e, f, g, h, i

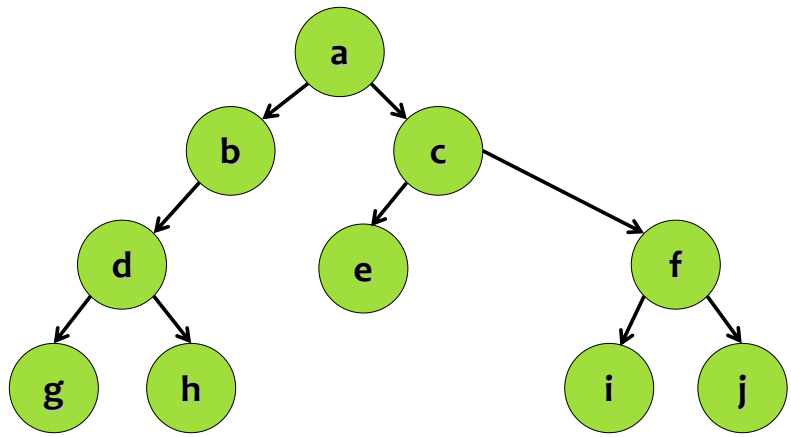


ALGEBRA

74

Primjer algoritma BFS (10/10)

Redoslijed obrade: a, b, c, d, e, f, g, h, i, j



ALGEBRA

75

IMPLEMENTACIJA STABLA

ALGEBRA

76

Uvod

- STL ne sadrži „čistu” implementaciju stabla
  - Stablo se interno koristi kao podrška za neke kontejnere
- Dobra implementacija je na https://github.com/kpeeters/tree.hh
- Mi ćemo koristiti našu jednostavnu implementaciju
  - Nedostaje destruktor zbog jednostavnosti

Source.cpp

```
btree stablo("a");

node* korijen = stablo.root();
stablo.insert_left(korijen, "b");
stablo.insert_right(korijen, "c");

node* cvor_b = stablo.get_left_child(korijen);
stablo.insert_left(cvor_b, "d");

node* cvor_c = stablo.get_right_child(korijen);
stablo.insert_left(cvor_c, "e");
stablo.insert_right(cvor_c, "f");

node* cvor_d = stablo.get_left_child(cvor_b);
stablo.insert_left(cvor_d, "g");
stablo.insert_right(cvor_d, "h");

node* cvor_f = stablo.get_right_child(cvor_c);
stablo.insert_left(cvor_f, "i");
stablo.insert_right(cvor_f, "j");

stablo.bfs(korijen);
```


btree.h

```
#pragma once
#include <iostream>
#include <string>
#include <queue>
using namespace std;

struct node {
    string element;
    node* left_child;
    node* right_child;
};

class btree {
private:
    node* root_node;
    node* create_new_node(string element);
public:
    btree(string element);
    void insert_left(node* parent, string element);
    void insert_right(node* parent, string element);
    node* root();
    node* get_left_child(node* parent);
    node* get_right_child(node* parent);
    void inorder(node* parent);
    void preorder(node* parent);
    void postorder(node* parent);
    void bfs(node* parent);
};
```


btree.cpp

```
#include "btree.h"

node* btree::create_new_node(string element) {
    node* novi = new node;
    novi->element = element;
    novi->left_child = nullptr;
    novi->right_child = nullptr;
    return novi;
}

btree::btree(string element) {
    root_node = create_new_node(element);
}

void btree::insert_left(node* parent, string element) {
    parent->left_child = create_new_node(element);
}

void btree::insert_right(node* parent, string element) {
    parent->right_child = create_new_node(element);
}
```


btree.cpp

```
node* btree::root() {
    return root_node;
}

node* btree::get_left_child(node* parent) {
    return parent->left_child;
}

node* btree::get_right_child(node* parent) {
    return parent->right_child;
}
```


81

btree.cpp

```
void btree::inorder(node* parent) {
    if (parent == nullptr) {
        return;
    }

    inorder(parent->left_child);
    cout << parent->element;
    inorder(parent->right_child);
}

void btree::preorder(node* parent) {
    if (parent == nullptr) {
        return;
    }

    cout << parent->element;
    preorder(parent->left_child);
    preorder(parent->right_child);
}
```


82

btree.cpp

```
void btree::postorder(node* parent) {
    if (parent == nullptr) {
        return;
    }

    postorder(parent->left_child);
    postorder(parent->right_child);
    cout << parent->element;
}

void btree::bfs(node* parent) {
    queue<node*> q;
    q.push(root_node);

    while (!q.empty()) {
        node* current = q.front();
        cout << current->element;
        if (current->left_child != nullptr) {
            q.push(current->left_child);
        }
        if (current->right_child != nullptr) {
            q.push(current->right_child);
        }
        q.pop();
    }
}
```


Dodatni materijali

- Dodatni materijali su dostupni na:
  - Basic terms
    - https://youtu.be/7DENJi3UoZw
  - Binary trees
    - https://youtu.be/iXOJ561R0aw
  - Tree traversals
    - https://youtu.be/e9kiaeQzFrE
  - Implementing your own tree
    - https://youtu.be/IrOk-TR4W5E