

An abstract graphic on the left side of the page, consisting of several thick, curved lines. The lines are colored in a gradient from orange at the bottom to pink at the top. They form a shape that resembles a stylized letter 'A' or a similar geometric form, with a curved top and a pointed bottom.

Linearna funkcija i njena svojstva

Sjetimo se...

- U OŠ (7. razred) učili smo:
 - Proporcionalnost
 - „Ako povećamo veličinu x dva puta, veličina y će se također povećati dva puta”
 - Primjer 1: Cijena 3 ulaznice košta 27 €. Koliko košta 9 ulaznica?
 - Primjer 2: Unutar 3h riješili smo 20 zadataka, koliko zadataka bi istim tempom riješili unutar 4h?
 - Primjer 3: Ako 5 koka u 5 dana snese 5 jaja, koliko će jaja snijeti 10 koka u 10 dana?

Primjer 1

- Cijena 3 ulaznice košta 27 €.
Koliko košta 9 ulaznica?

y ... cijena ulaznica

x ... broj ulaznica

k ... cijena jedne ulaznice

$$k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{27 \text{ €}}{3 \text{ ul}} = 9 \text{ € po ulaznici}$$

$$k = \frac{y_2}{x_2}$$

$$9 \frac{\text{€}}{\text{ul}} = \frac{y_2}{9}$$

$$y_2 = 9 \frac{\text{€}}{\text{ul}} \cdot 9 \text{ ul} = 81 \text{ €}$$

Primjer 2

- Unutar 3h riješili smo 20 zadataka, koliko zadataka bi istim tempom riješili unutar 4h?

y ... vrijeme

x ... broj zadataka

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

$$\frac{180}{20} = \frac{4}{x_2}$$

$$x_2 = \frac{240 \cdot 20}{180} = 26,67 \text{ zadataka}$$

Savjet: pretvoriti sate u minute!

Primjer 3

- Ako 5 koka u 5 dana snese 5 jaja, koliko će jaja snijeti 10 koka u 10 dana?

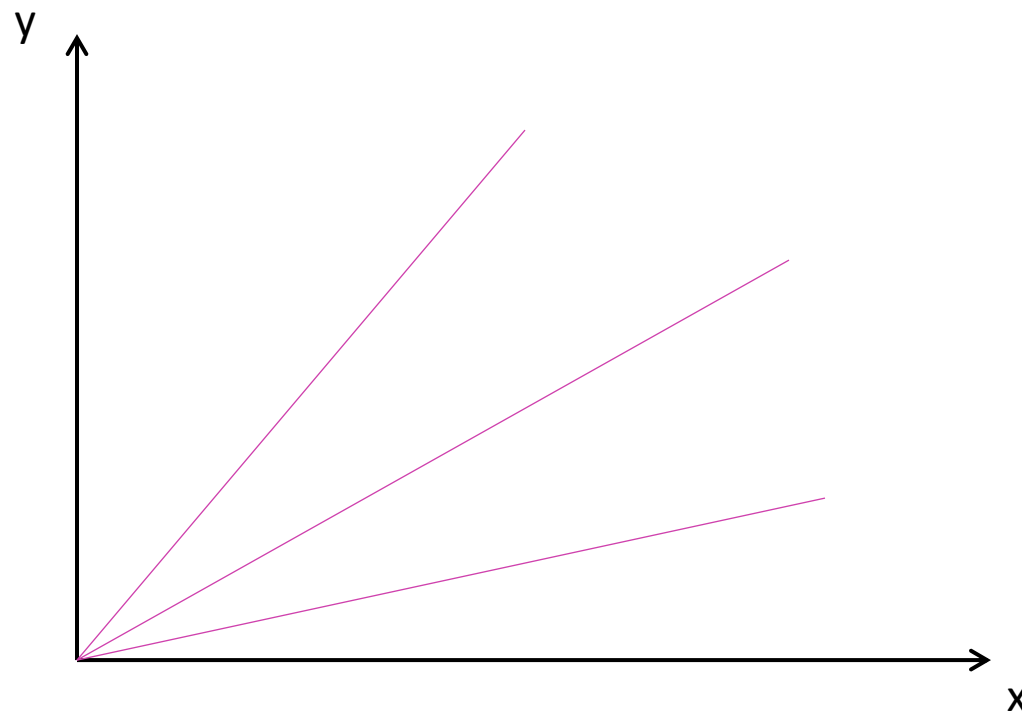
Broj koka	Broj dana	Broj jaja
5	5	5
10	5	10
10	10	20

The table illustrates the relationship between the number of chickens, the number of days, and the number of eggs. The first row shows the initial condition: 5 chickens for 5 days produce 5 eggs. The second row shows that doubling the number of chickens to 10, while keeping the number of days at 5, results in 10 eggs. The third row shows that doubling both the number of chickens to 10 and the number of days to 10 results in 20 eggs. Purple arrows and the multiplier $\cdot 2$ indicate the doubling of values between rows.

Proporcionalnost i linearna ovisnost

Proporcionalnost

$$k = \frac{y}{x}$$



Proporcionalnost i linearna ovisnost

Proporcionalnost

$$k = \frac{y}{x}$$

možemo izmijeniti u **specijalni** oblik funkcije linearne ovisnosti

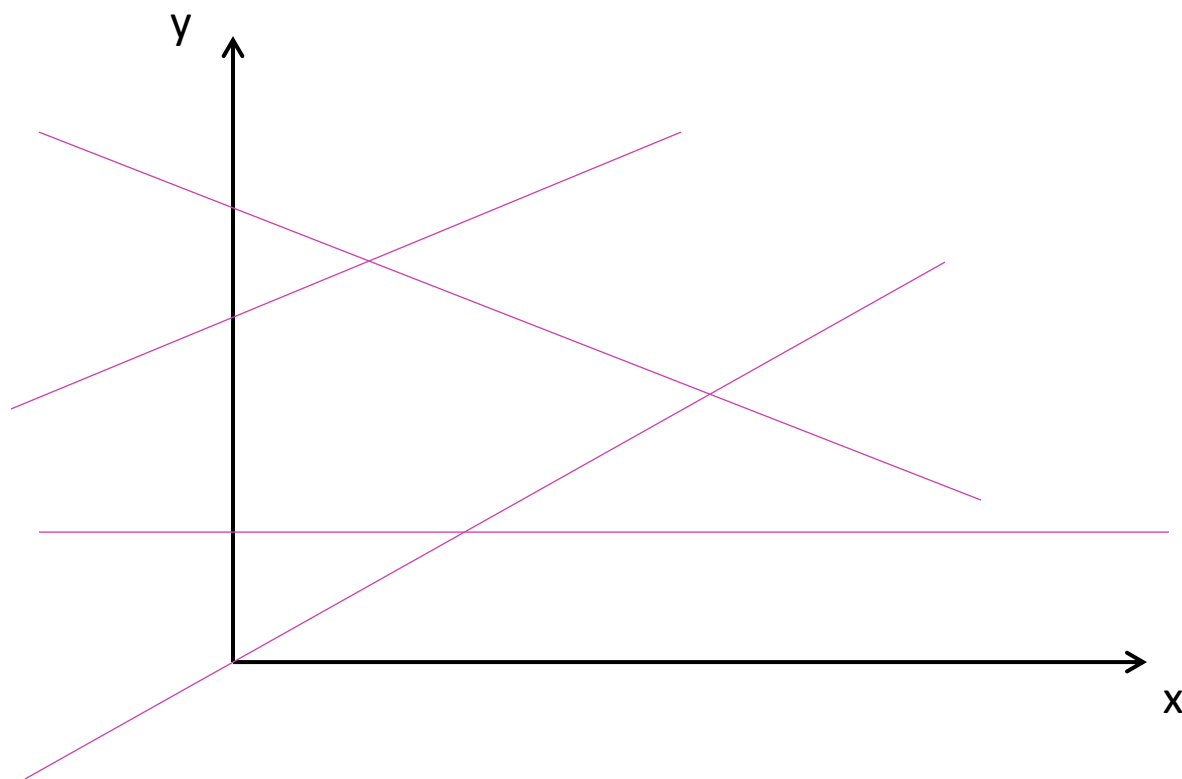
$$y = k \cdot x$$

Odnosno

$$f(x) = k \cdot x$$

Funkcija linearne ovisnosti

- Ali pravac ne mora kretati iz ishodišta!!



Opći oblik linearne funkcije:

$$f(x) = ax + b$$

→ *EksPLICITNI oblik
jednadžbe pravca*

Oblici jednačbe pravca

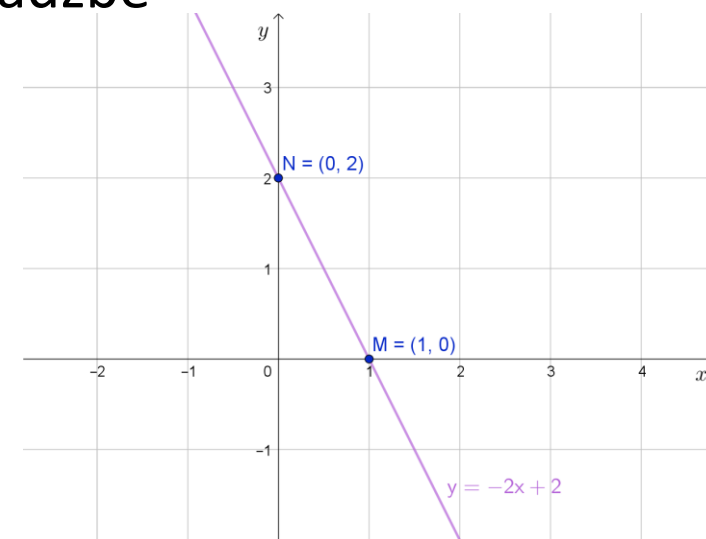
- Podsjetimo se:

- $y = ax + b$ → eksplicitni oblik jednačbe
- $Ax + By + C = 0$ → implicitni oblik jednačbe
- $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$ → segmentni oblik jednačbe

- m i n se očitava iz točaka M i N koje su sjecište pravca s x i y osima

- $M(m,0)$ i $N(0,n)$

- Implicitni oblik jednačbe je jedini kojim možemo zapisati jednačbu potpuno vertikalnog pravca!!



Parametri linearne funkcije a i b

- Istražite pomoću GeoGebre kakvu ulogu imaju parametri a i b:
- <https://www.geogebra.org/classic?lang=en>
- Zaključak:
 - a ... nagib pravca
 - Također: brzina promjene vrijednosti y u odnosu na vrijednost x
 - b ... odsječak (sjecište) pravca na y osi

Primjer 4

- Nakon nezaboravne noći partijanja na brucošijadi odlučili ste se taksijem odvesti doma. Na ploči stoji cjenik:
 - 0,80 € po kilometru
 - 2,50 € start
- a) Koliko ćete platiti vožnju taksijem ako je udaljenost od polazišta do vašeg doma 15 km?
- b) Kolika je udaljenost od polazišta do doma vašeg prijatelja ako je on svoju vožnju platio 16,10 €?

Primjer 4

- Nakon nezaboravne noći partijanja na brucošijadi odlučili ste se taksijem odvesti doma. Na ploči stoji cjenik:
 - 0,80 € po kilometru
 - 2,50 € start

x ... udaljenost

y tj. $f(x)$... cijena

$$f(x) = 0,80x + 2,50$$

a) $f(15) = 14,50$ €

b) $f(x) = 16,10 \rightarrow x = 17$ km

Primjer 5



- Djed i unuk krenuli su hodati jedan prema drugom, svaki iz svoje kuće udaljene 10 km jedna od druge. Unuk iz prve kuće kreće se brzinom 3 km/h, dok se djed iz druge kuće giba brzinom 2 km/h.
- Na kojoj udaljenosti od prve kuće će se sresti?

Primjer 5



- Djed i unuk krenuli su hodati jedan prema drugom, svaki iz svoje kuće udaljene 10 km jedna od druge. Unuk iz prve kuće kreće se brzinom 3 km/h, dok se djed iz druge kuće giba brzinom 2 km/h.
- x ... proteklo vrijeme - nezavisna veličina
- y tj. $f(x)$... pozicija (udaljenost od lijeve kuće) - zavisna veličina

Primjer 5



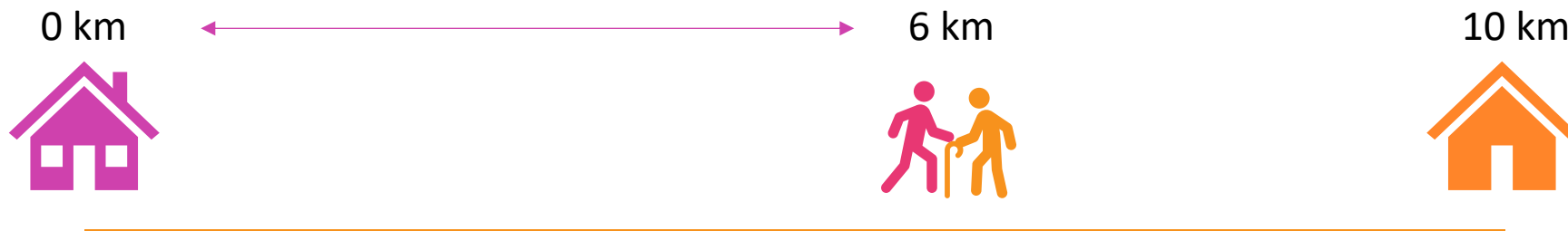
- Djed i unuk krenuli su hodati jedan prema drugom, svaki iz svoje kuće udaljene 10 km jedna od druge. Unuk iz prve kuće kreće se brzinom 3 km/h, dok se djed iz druge kuće giba brzinom 2 km/h.
- a ... brzina promjene (nagib pravca) -> brzina hodanja
- b ... odsječak na y osi -> početna pozicija

Primjer 5



- Djed i unuk krenuli su hodati jedan prema drugom, svaki iz svoje kuće udaljene 10 km jedna od druge. Unuk iz prve kuće kreće se brzinom 3 km/h, dok se djed iz druge kuće giba brzinom 2 km/h.
- Unuk: $f_u(x) = 3x + 0$
- Djed: $f_d(x) = -2x + 10$

Primjer 5

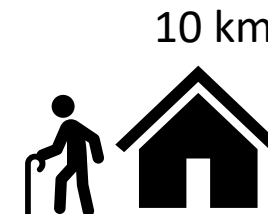


- Oboje će biti na istom mjestu u trenutku sastanka

$$\begin{aligned}f_u(x) &= f_d(x) \\3x &= -2x + 10 \\5x &= 10 \\x &= 2 \text{ h hodanja}\end{aligned}$$

Sad taj x ubacimo u bilo koju funkciju i dobiti ćemo udaljenost (poziciju) $\rightarrow f_u(2) = 3 \cdot 2 = 6 \text{ km}$ ili $f_d(2) = -2 \cdot 2 + 10 = 6 \text{ km}$

Primjer 5



- Pokušajte otkriti rješenje pomoću GeoGebre
 - Skiciraj oba grafa u GeoGebri unoseći u input samo desni dio jednadžbe pravca ($ax + b$, nemojte upisivati $y = ax + b$, koristite vaše stvarne a i b vrijednosti koje ste izračunali umjesto slova).
 - Probajte otkriti rješenje iz dobivenih (sjecišta) pravaca.
 - Usporedite s prethodno dobivenim računskim rješenjem.

Primjer 6

- Promijenite vrijednosti funkcija za djeda i unuka tako da dobijete sljedeću situaciju:
 - Djed se šee brzinom od 1 km/h
 - Unuk se šee brzinom od 2 km/h
- Kad će se i gdje sada sresti? Riješite zadatak grafički pomoću GeoGebre.
- Rješenje:
 - $f_u(x) = 2x$
 - $f_d(x) = -x + 10$
 - Sresti će se nakon 3,33 h (3h 20 min) na udaljenosti 6,67 km od unukove kuće

Primjer 7

- Promijenite vrijednosti funkcija za djeda i unuka tako da dobijete sljedeću situaciju:
 - Djed se šee brzinom od 2 km/h
 - Unuk se šee brzinom od 1 km/h
 - Ali, unuk se nalazi na igralištu udaljenom 4 km od svoje kuće. Igralište je između Djedove i njegove kuće, te se kreće u smjeru Djedove kuće.
 - Djed se nalazi u Unukovoj kući i šee se prema svojoj kući.
- Kad će se i gdje sada sresti? Riješite zadatak grafički pomoću GeoGebre.
- Rješenje:
 - $f_u(x) = x + 4$
 - $f_d(x) = 2x + 0$
 - Sresti će se nakon 4 h na udaljenosti 8 km od unukove kuće

Odredi koje funkcije su linearne

a) $f(x) = 2x - 1$

b) $f(x) = x^2 - 1$

c) $f(x) = -3.14x + 1$

d) $f(x) = 4$

e) $f(x) = 6x$

f) $f(x) = \sqrt{x} + 5$

g) $f(x) = \frac{-2}{3}x + \frac{11}{9}$

Odredi koje funkcije su linearne

a) $f(x) = 2x - 1$

b) $f(x) = x^2 - 1$

c) $f(x) = -3.14x + 1$

d) $f(x) = 4$

e) $f(x) = 6x$

f) $f(x) = \sqrt{x} + 5$

g) $f(x) = \frac{-2}{3}x + \frac{11}{9}$

Rješenje: a,c,d,e,g



Hvala na
pažnji!